

Kránicz Balázs

**A NAPPALI SUGÁRZÁSELOSZLÁSOK ÉS
SZIMULÁTORAIK ELMÉLETI ÉS
GYAKORLATI KÉRDÉSEI**

Doktori (PhD) értekezés

Témavezető: Dr. Schanda János



Veszprémi Egyetem
Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Veszprém
2002

Tartalomjegyzék

1. Tartalmi kivonat.....	6
1.1 <i>Summary of contents</i>	7
1.2 <i>Zusammenfassung</i>	8
1.3 <i>Samenvatting</i>	9
2. Célkitűzések	10
3. Matematikai struktúrák a színíngermetrika területén	12
3.1 <i>Bevezetés</i>	12
3.2 <i>Skaláris szorzatok használata színíngermetrikai számításokban</i>	13
3.3 <i>Reprezentáció véges dimenziós vektorokkal</i>	14
3.4 <i>Véges dimenziós vektorok használata színíngermetrikai számításokban</i>	17
3.5 <i>Vonalas és kevert típusú színeképekre vonatkozó elméleti megfontolások</i>	19
4. A nappali sugárzáseloszlások újraszámítása	20
4.1 <i>Irodalmi áttekintés</i>	20
4.2 <i>Az M_1 és M_2 tényezők számítása</i>	22
4.3 <i>Az M_1 és M_2 tényezők szabványosított kifejezéseiben szereplő konstansok pontossága</i>	24
4.4 <i>Az M_1 és M_2 tényezők szabványosított kifejezéseinek érvényessége</i>	27
4.5 <i>Az S_0, S_1 és S_2 eloszlások interpolációja</i>	30
4.5.1 <i>Lagrange-interpoláció</i>	30
4.5.2 <i>Spline-interpolációk</i>	31
4.5.3 <i>A számítási lépések sorrendje interpoláláskor</i>	31
4.5.4 <i>M_1 és M_2 értékeinek összehasonlítása különböző típusú interpolációk esetén</i>	32
4.6 <i>A gyakorlati színíngermetrikára vonatkozó következmények</i>	40
5. A nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak minősítése a látható színeképtartományban.....	42
5.1 <i>Irodalmi áttekintés</i>	42
5.2 <i>A CIE 51 publikáció minősítési módszerének hiányossága</i>	43
5.3 <i>A CIE 51 publikáció minősítési módszere hiányosságának matematikai magyarázata</i>	51
5.4 <i>A metamer párok számának növelése</i>	52
5.5 <i>A nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának meghatározására alkalmas függvények</i>	55
5.5.1 <i>Jelölések</i>	55
5.5.2 <i>A K_1 függvény</i>	56

5.5.3	A K_2 függvény.....	60
5.5.4	A K_3 függvény.....	62
5.5.5	A szimulátorok jóságát kifejező függvények lényegi tulajdonságai.....	63
5.5.6	A szimulátorok jóságának számítása különböző mintavételezési lépésközök esetén.....	64
5.5.7	A K_1 , K_2 és K_3 függvény összehasonlítása és használhatóságuk elemzése.....	66
6.	Nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezése a látható színek tartományra.....	75
6.1	<i>Irodalmi áttekintés.....</i>	<i>75</i>
6.2	<i>Nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezése a K_2 függvénnyel.....</i>	<i>77</i>
6.2.1	A szűrőtípusok előzetes válogatását végző szoftver.....	78
6.2.2	A D50, D55 és D65 szimulátorainak tervezésénél használt spektrális teljesítményeloszlások.....	79
6.2.3	A D65 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színek tartományban.....	79
6.2.4	A D55 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színek tartományban.....	82
6.2.5	A D50 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színek tartományban.....	84
6.2.6	A D65 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színek tartományban.....	86
6.2.7	A D55 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színek tartományban.....	89
6.2.8	A D50 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színek tartományban.....	90
7.	Összefoglalás és tézisek.....	91
7.1	<i>Tézisek.....</i>	<i>91</i>
8.	Jelölések.....	93
9.	CD-melléklet.....	96
10.	Köszönetnyilvánítás.....	98
11.	Irodalomjegyzék.....	99

1. Tartalmi kivonat

A NAPPALI SUGÁRZÁSELOSZLÁSOK ÉS SZIMULÁTORAIK ELMÉLETI ÉS GYAKORLATI KÉRDÉSEI

A Nemzetközi Világítástechnikai Bizottság vagy francia nevének rövidítése alapján CIE 15.2-es publikációja foglalkozik a nappali sugárzáseloszlások számításával. A CIE 51-es publikációja erre építve a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező eljárást ismertet. Arra vonatkozóan, hogy nappali sugárzáseloszlások szimulátorai hogyan valósíthatók meg fizikailag, nincsen CIE ajánlás.

Az egyes számítási eljárásokban kisebb pontatlanságokat és hibákat találtam. Értekezésemben ezek javításával és kiegészítésével foglalkoztam.

A CIE 15.2 publikáció eljárást tartalmaz adott korrelált színhőmérsékletű nappali sugárzáseloszlások számítására. Adott korrelált színhőmérséklethez kiszámított nappali sugárzáseloszláshoz meghatározott színességi koordináták azonban csekély mértékben eltérnek azoktól a színességi koordinátáktól, melyeket szabványosított modellfüggvény szolgáltat az azonos korrelált színhőmérséklethez.

Értekezésemben megvizsgáltam a nappali sugárzáseloszlások számítási pontatlanságaival kapcsolatos problémakört. Feltártam a számítási pontatlanságok okát s egyúttal olyan eljárást mutattam be, amely a nappali sugárzáseloszlások pontos újraszámítását teszi lehetővé függetlenül attól, hogy milyen típusú interpolációt alkalmazunk a nappali sugárzáseloszlások számításához szükséges karakterisztikus függvények lépésközének finomításához.

A CIE 51 publikáció olyan módszert tartalmaz, mellyel kifejezhető a kitüntetett nappali sugárzáseloszlások helyettesítésére alkalmas sugárforrások jósági értéke. Értekezésemben a minősítési eljárás látható színképtartományra vonatkozó részét vizsgáltam. Megmutattam, hogy a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jósági értékeinek meghatározására vonatkozó eljárás ezen része nem megbízható, nem ad egyértelmű jósági értéket.

A szabványosított, ám matematikailag hiányos minősítési módszer helyett három olyan, ekvivalens függvényt dolgoztam ki, melyek bármely korrelált színhőmérséklethez tartozó nappali sugárzáseloszlás és ennek szimulátorai esetén, ill. ezek színképeinek bármely hullámhossz-lépésköze esetén működnek. Használatukkal megbízhatóan fejezhetők ki a látható színképtartományban a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jósági értékei.

Az általam kidolgozott, a szimulátorok jóságát kifejező függvények egyikét célfüggvényként felhasználva olyan szűrőkombinációkat határoztam meg, melyek lehetővé teszik, hogy izzólámpa jellegű sugárforrásokból nappali sugárzáseloszlások helyettesítésére alkalmas szimulátorokhoz jussunk. Szűrőcsomagokat terveztem nem csak a kiemelt fontosságú D65, hanem a D55 és D50 nappali sugárzáseloszlások szimulátoraihoz is.

1.1 Summary of contents

ON THEORETICAL AND PRACTICAL QUESTIONS OF DAYLIGHT DISTRIBUTIONS AND DAYLIGHT SIMULATORS

Publication 15.2 of the International Commission on Illumination, or CIE relying on the abbreviation of its French name, deals with the computation of daylight spectral distributions. Based on its content a method for assessing the quality of daylight simulators is given in publication 51 of the CIE. However, there is no CIE recommendation how daylight simulators can or should be implemented in practice.

Minor inaccuracies and errors were found in some computational procedures. In the thesis their correction and improvement are elaborated.

CIE publication 15.2 contains a procedure for computing daylight spectral distributions of given correlated color temperatures. However, chromaticity coordinates of a daylight distribution computed for a given correlated color temperature slightly deviate from those chromaticity coordinates that can be determined for the same correlated color temperature by a standardized model function.

In the thesis problems related to inaccuracies of computing daylight distributions are investigated. The reasons of the computational inaccuracies are explored and at the same time a method is presented which ensures the precise recalculation of daylight distributions independently from the interpolation method applied for refining the wavelength step of the characteristic functions necessary for computing daylight distributions.

CIE publication 51 contains a method with which a quality index of a source suitable for replacing one of the most important daylight distributions can be expressed. In the thesis only that part of the qualifying procedure is investigated that refers to the visible spectrum. It is shown that this part of the procedure for assessing the quality of daylight simulators is not reliable and does not give unambiguous quality indices.

In place of the standardized but mathematically insufficient qualifying method three equivalent functions are constructed which do work for a daylight distribution of any correlated color temperature and its simulators and for any wavelength step of their spectra. Using them the quality indices of daylight simulators for the visible spectrum can be expressed in a reliable manner.

Using one of the functions constructed for assessing the quality of daylight simulators as cost function filter combinations are determined which make it possible to convert incandescent lamps into daylight simulators. Filter packages are designed not only for the most important daylight distribution D65 but also for D55 and D50.

1.2 Zusammenfassung

ÜBER THEORETISCHE UND PRAKTISCHE FRAGEN VON TAGESLICHTVERTEILUNGEN UND IHREN SIMULATOREN

Die Publikation 15.2 der Internationalen Beleuchtungskommission, oder nach ihrem französischen Namen CIE, behandelt die Berechnung von Tageslichtverteilungen. Auf ihrer Basis wird in der Publikation 51 der CIE ein Verfahren für die Gütebewertung von Tageslichtsimulatoren dargelegt. Jedoch gibt es keine Empfehlung der CIE darüber, wie Tageslichtsimulatoren in der Praxis gebaut werden könnten oder sollten.

Kleinere Ungenauigkeiten und Fehler wurden in manchen Verfahren gefunden. In der Dissertation werden sie verbessert und ergänzt.

Die Publikation 15.2 der CIE enthält ein Verfahren für die Berechnung von Tageslichtverteilungen von gegebener ähnlichster Farbtemperatur. Die hiernach bestimmten Farbwertanteile für eine Tageslichtverteilung gegebener ähnlichster Farbtemperatur weichen in geringem Maße ab von jenen, die für die gleiche Bedingung nach einer standardisierten Modellfunktion berechnet werden.

Die Ursachen, die zu den Ungenauigkeiten in der Berechnung der Tageslichtverteilungen führen, werden in der Dissertation untersucht. Ein Verfahren wird vorgestellt, das die genaue Berechnung von Tageslichtverteilungen ermöglicht, unabhängig davon, welcher Typ von Interpolation für die benötigte Untertafelung von Wellenlängenschritten der charakteristischen Funktionen benutzt wird.

Die Publikation 51 der CIE beschreibt eine Methode der Gütebewertung für den Strahlungsangleich künstlicher Lichtquellen an denjenigen der wichtigsten Tageslichtverteilungen. In der Dissertation wird der den sichtbaren Spektralbereich betreffende Teil der Gütebewertung untersucht. Es wird gezeigt, dass dieser Teil der Gütebewertung von Tageslichtsimulatoren nicht zuverlässig ist und keine eindeutigen Gütewerte gibt.

Anstatt der standardisierten, aber mathematisch unzureichenden Gütebewertung werden drei äquivalente Funktionen konstruiert, die im Falle einer Tageslichtverteilung beliebiger ähnlichster Farbtemperatur die Güte der Simulatoren gut beschreiben und unabhängig von der Schrittweite der Wellenlänge funktionieren. Mit Hilfe dieser Funktionen können die Gütewerte von Tageslichtsimulatoren im sichtbaren Spektralbereich zuverlässig charakterisiert werden.

Eine der für die Gütebewertung von Tageslichtsimulatoren konstruierten Funktionen wird als Zielfunktion benutzt um Filterkombinationen für den Bau von Tageslichtsimulatoren aus Glühlampen zu bestimmen. Es werden Filterkombinationen nicht nur für die wichtigste Tageslichtart D65, sondern auch für die Tageslichtarten D55 und D50 entworfen.

1.3 Samenvatting

THEORETISCHE EN PRAKTISCHE VRAGEN OVER DE SPECTRALE VERDELINGEN VAN DAGLICHT EN DAGLICHTSIMULATORS

De berekening van de spectrale verdeling van daglicht wordt behandeld in Publicatie 15.2 van de Commission Internationale d'Éclairage (CIE). Op basis daarvan wordt in Publicatie 51 van de CIE een procédé uiteengezet voor de kwaliteitswaardering van daglichtsimulators. De CIE geeft echter geen aanbeveling hoe deze daglichtsimulators in de praktijk zouden kunnen of moeten worden gebouwd.

Kleine onnauwkeurigheden en fouten werden bij sommige procédés gevonden. In de dissertatie worden deze gecorrigeerd en aangevuld.

Publicatie 15.2 van de CIE bevat een procédé voor de berekening van de spectrale verdeling van daglicht bij een gegeven toegevoegde kleurtemperatuur. De hierna bepaalde kleurcoördinaten voor een spectrale verdeling van daglicht bij een gegeven toegevoegde kleurtemperatuur, wijken maar in geringe mate af van die, welke onder dezelfde voorwaarde door een gestandaardiseerde modelfunctie worden geleverd.

De oorzaken die tot de onnauwkeurigheden in de berekening van spectrale verdelingen van daglicht leiden, worden in de dissertatie onderzocht. Een procédé wordt voorgesteld dat, onafhankelijk van welk type van interpolatie voor de verfijning van golflengtestappen van de karakteristieke functies wordt gebruikt, een nauwkeurige berekening van spectrale verdelingen van daglicht mogelijk maakt.

Publicatie 51 van de CIE beschrijft eveneens een methode voor de kwaliteitswaardering van stralingsbronnen, die voor de vervanging van de belangrijkste spectrale verdelingen van daglicht geschikt zijn. In de dissertatie wordt dat deel van de kwaliteitswaardering onderzocht, dat het zichtbare golflengtebereik betreft. Er wordt aangetoond dat dit deel van de kwaliteitswaardering van daglichtsimulators niet betrouwbaar is en geen ondubbelzinnige kwaliteitswaarden geeft.

In plaats van de gestandaardiseerde, maar wiskundig onvoldoende, kwaliteitswaardering worden drie gelijkwaardige functies geconstrueerd die, in geval van een spectrale verdeling van daglicht van een willekeurige toegevoegde kleurtemperatuur, de kwaliteit van simulators goed beschrijven en onafhankelijk van de golflengtestap van de spectra functioneren. Met behulp van deze functies kunnen de kwaliteitswaarden van daglichtsimulators in het zichtbare golflengtebereik betrouwbaar worden gekarakteriseerd.

Eén van de voor de kwaliteitswaardering van daglichtsimulators geconstrueerde functies wordt als doelfunctie gebruikt om filtercombinaties voor de bouw van daglichtsimulators met behulp van gloeilampen te bepalen. Er worden zowel voor de belangrijkste daglichtsoort D65 als ook voor de daglichtsoorten D55 en D50 filtercombinaties ontworpen.

„Soha ne úgy gondold tanulmányaidra, mint kötelességre, hanem mint irigylésre méltó lehetőségre, megismerni a szépség felszabadító erejét a szellem birodalmában saját kedvedre és a közösség hasznára, amelyhez későbbi munkád tartozik.”

/ Albert Einstein /

2. Célkitűzések

1964-ben a színingermetrika tudományának úttörő kutatói olyan vizsgálatot végeztek, melyben a Föld számos pontján különböző napszakokban tanulmányozták a nappali sugárzáseloszlások színképi teljesítményeloszlásait, és kiértékelték a mérések eredményeit [1]. A mérések célja a nappali sugárzáseloszlások tudományos leírásához szükséges adathalmaz előteremtése volt.

A mérések eredményei alapján egyrészt lehetővé vált, hogy a nappali sugárzáseloszlásokhoz tartozó korrelált színhőmérséklet szerint egy nemlineáris modellfüggvény segítségével közvetlenül megkaphassák az adott korrelált színhőmérsékletű nappali sugárzáseloszláshoz tartozó színességi koordinátákat. Másrészt a kutatók jóval többet tettek ennél; eljárást adtak adott korrelált színhőmérsékletre tartozó tipikus nappali sugárzáseloszlás relatív spektrális teljesítményeloszlásának meghatározására. Az így kapott relatív teljesítményeloszlásból számított színességi koordináták megegyeztek a nemlineáris modellfüggvényből adódó színességi koordinátákkal.

A kutatók a spektrometriai méréseket 10 nm-es sáv szélességgel és ugyanakkora lépésközzel hajtották végre. Később, a színingermetrika fejlődésével az az igény merült föl, hogy a nappali sugárzáseloszlások számításához szükséges, ún. karakterisztikus függvények lépésközét kívánatos lenne 10 nm-esről kisebb értékekre (5 nm, 1 nm) finomítani.

A finomítást először 5 nm-es lépésközzre hajtották végre lineáris interpolációval. A nappali sugárzáseloszlások számításához szükséges képleteket azonban változatlanul hagyták, ami azt eredményezte, hogy többé nem egyeztek meg a nemlineáris modellfüggvényből ill. a meghatározott nappali sugárzáseloszlás relatív teljesítményeloszlásából számított színességi koordináták. A különbségek gyakorlati szempontból elhanyagolhatók voltak, de elméleti problémákat vetettek fel. Az értekezés egyik célja ennek a problémakörnek a vizsgálata és az elméleti ellentmondásokhoz vezető számítási pontatlanságok okainak feltárása ill. a számítási eljárások korrekciója.

A világítóeszközök fejlődése során felmerült az igény olyan sugárforrások készítésére, melyek helyettesíteni tudnák az egyes fázisokhoz (napszakokhoz) tartozó nappali sugárzáseloszlásokat. A feladat megoldására számos sugárforrást készítettek, ám mind a mai napig nincsenek a nappali sugárzáseloszlásoknak olyan általánosan elfogadott szimulátorai, amelyek kellő pontossággal közelítenék a Commission Internationale de l'Éclairage (Nemzetközi Világítástechnikai Bizottság, röviden CIE) által szabványosított sugárzáseloszlásokat [2], [3].

Az ilyesféle szimulátorok tervezésénél óhatatlanul felszínre kerül az a kérdés, hogy mennyire jó egy bizonyos szimulátor, mennyire képes helyettesíteni azt a nappali sugárzáseloszlást, melyhez tervezték. Ennek a jósnak a kifejezésére a CIE egy eljárást

szabványosított, mely külön tárgyalja a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát a színekép látható ill. ultraibolya tartományában [4].

Az értekezés második célkitűzése annak igazolása, hogy a látható színeképtartományra vonatkozó szabványosított minősítési eljárás [4] nem megbízható, nem ad egyértelmű jósági értéket. Ennek folyományaként az értekezés további célja olyan függvények konstruálása és vizsgálata, melyek a nappali sugárzáseloszlások és vizsgált szimulátoraik spektrális teljesítményeloszlásának bármely mintavételi lépésköze esetén megfelelően működnek, és használatukkal megbízhatóan fejezhetők ki a látható színeképtartományban a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jósági értékei.

Nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak készítésére egy lehetséges megoldás, ha izzólámpa spektrális teljesítményeloszlását módosítjuk optikai szűrők segítségével. Az értekezés utolsó célkitűzése olyan szűrőkombinációk tervezése, melyek úgy módosítják a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzó (ez a választás megfelelő általános modellként használható a mai halogéntöltésű izzólámpák esetében) relatív spektrális teljesítményeloszlását, hogy a D65, D55 és D50 nappali sugárzáseloszlások helyettesítésére alkalmas szimulátorokhoz jutunk.

A fenti célkitűzések megvalósításához a matematika véges dimenziós vektorterekkel foglalkozó ágára támaszkodva olyan jelölésmódot vezetek be, amely a színingermetrika tudományában alkalmazott számítások és matematikai modellek könnyebb kezelhetőségét és általános tárgyalásmódját teszi lehetővé.

3. Matematikai struktúrák a színingermetrika területén

3.1 Bevezetés

A színingermetrikában használatos összefüggések, egyenletek és képletek matematikai formalizmusa nem egységes, általában szakkönyvenként más és más. Az is előfordul, hogy a használt matematikai fogalmak definíciói nem pontosak; félreértésekre adhatnak okot, ill. nem olyan általános érvényűek, mint ahogy az a matematika más tudományágakban való felhasználásának előretörésével elvárható lenne.

A fent említett tények miatt értekezésem ezen fejezetében minden olyan matematikai fogalmat definiálok, melyre szükség lesz a további fejezetekben tárgyalt levezetéseknel és vizsgálatoknál.

Legyen Λ a színingermetrikai számításokban használatos függvények értelmezési tartománya. Maguk a függvények jelenthetnek *spektrális teljesítményeloszlásokat*, jelenthetik színminták *spektrális visszaverési tényezőit*, a különböző látószögekhez tartozó *színingermegfeleltető függvényeket* stb.

Legyen $\Lambda = [I_{\min}, I_{\max}] \subset \mathbf{R}$, ahol \mathbf{R} a valós számok halmaza, $I_{\min}, I_{\max} \in \mathbf{R}$ és $I_{\min} < I_{\max}$. Bár a valós számok természetesen dimenziómentesek, tételezzük fel, hogy Λ elemeihez fizikai mértékegység is tartozik, mégpedig *nanométer*, azaz SI jelöléssel nm.

A színingermetrikai számítások feladatától függően Λ -t más és más intervallumként rögzíthetjük. Néhány tipikus esetet mutat be a következő felsorolás:

- $\Lambda = [300, 830]$ a nappali sugárzéeloszlások¹ teljes értelmezési tartománya [5], [6],
- $\Lambda = [360, 830]$ a színingermegfeleltető függvények teljes értelmezési tartománya [7],
- $\Lambda = [380, 780]$ a legtöbb színingermetrikai számításban [8],
- $\Lambda = [400, 700]$ a nappali sugárzéeloszlások szimulátorainak látható színek tartományára (lásd 5.1 alfejezet) [9].

Jelölje $C(\Lambda)$ a $\Lambda \subset \mathbf{R}$ intervallumon értelmezett valós értékű, tehát $\Lambda \rightarrow \mathbf{R}$ típusú folytonos függvények halmazát. A $C(\Lambda)$ halmazba tartozó függvények esetében jól értelmezett művelet a *pontonkénti összeadás* és a *skalárral való szorzás*. $C(\Lambda)$ zárt ezekre a műveletekre nézve, így ezekkel a műveletekkel *absztrakt vektortérnek* tekinthető.

¹ Dolgozatomban a *nappali sugárzéeloszlás* kifejezést (az angol *daylight spectrum* vagy a német *Tageslicht Spektrum* kifejezések fordításaként) használom, szemben az MSz 9620-3 [10] a *természetes fény sugárzéeloszlása* kifejezésével, mivel a természetes – mesterséges megkülönböztetés a világítástechnikában célszerű lehet, de a színingermetrikában a napfény és az égbolt szórt sugárzására korlátozott eloszlásról van szó. Így az általam használt *nappali sugárzéeloszlás* a világítástechnikában használt *természetes fény sugárzéeloszlásának* csak részhalmazát jelenti.

3.1 definíció

Definiáljuk a $\langle \cdot, \cdot \rangle \in C(\Lambda) \times C(\Lambda) \rightarrow \mathbf{R}$ leképezést a következő módon:

$$\langle f, g \rangle = \int_{\Lambda} f \cdot g = \int_{I_{\min}}^{I_{\max}} f(I) \cdot g(I) dI ,$$

ahol $f, g \in C(\Lambda)$.

Könnyen ellenőrizhető, hogy a 3.1 definícióban megadott leképezés skaláris szorzat a $C(\Lambda)$ vektortérben. A skaláris szorzatnak nagy előnye, hogy belőle *norma* is származtatható.

3.2 definíció

Jelöljük bármely $f \in C(\Lambda)$ függvény normáját $\|f\|$ -fel és definiáljuk azt a következő módon:

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle} = \sqrt{\int_{\Lambda} f^2} .$$

3.2 Skaláris szorzatok használata színingermetrikai számításokban

Legyen $S \in \Lambda \rightarrow \mathbf{R}$ egy sugárforrás relatív spektrális teljesítményeloszlása. Legyenek az $\bar{x}_w, \bar{y}_w, \bar{z}_w \in \Lambda \rightarrow \mathbf{R}$ függvények a színingermetrikában használatos, valamely w látószöghöz tartozó színingermegfeleltető függvények. Az \bar{x}_w, \bar{y}_w és \bar{z}_w függvényekről természetesen feltételezhető, hogy folytonosak a Λ intervallumon. Most azonban tegyük fel, hogy S is eleme a $C(\Lambda)$ halmaznak.

Az S relatív spektrális teljesítményeloszlással bíró sugárforrásra vonatkozó színingermösszetevők ezek után a következő módon számíthatók:

$$X = k_S \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{x}_w(I) dI = \frac{100}{\int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{y}_w(I) dI} \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{x}_w(I) dI ,$$

$$Y = k_S \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{y}_w(I) dI = \frac{100}{\int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{y}_w(I) dI} \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{y}_w(I) dI = 100 ,$$

$$Z = k_S \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{z}_w(I) dI = \frac{100}{\int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{y}_w(I) dI} \cdot \int_{\Lambda} S(I) \cdot \bar{z}_w(I) dI ,$$

ahol k_s az S relatív spektrális teljesítményeloszláshoz tartozó, a színingermetriai számításokban alkalmazott úgynevezett normalizációs konstans².

A 3.1 alfejezetben megismert jelölésekkel a fenti egyenletek a következőképpen írhatók fel:

$$\begin{aligned} X &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{x}_w \rangle, \\ Y &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{y}_w \rangle = 100, \\ Z &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{z}_w \rangle. \end{aligned}$$

Hasonló módon, ha a példaként használatos, S relatív spektrális teljesítményeloszlású sugárforrás egy $\mathbf{r} \in \Lambda \rightarrow [0,1]$ spektrális visszaverési tényezővel ($\mathbf{r} \in C(\Lambda)$) jellemezhető színmintát világít meg, akkor a színminta színingerösszetevői a 3.1 alfejezet jelöléseit alkalmazva a következő módon számolhatók:

$$\begin{aligned} X &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S \cdot \bar{x}_w, \mathbf{r} \rangle = \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{x}_w \cdot \mathbf{r} \rangle, \\ Y &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S \cdot \bar{y}_w, \mathbf{r} \rangle = \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{y}_w \cdot \mathbf{r} \rangle, \\ Z &= \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S \cdot \bar{z}_w, \mathbf{r} \rangle = \frac{100}{\langle S, \bar{y}_w \rangle} \cdot \langle S, \bar{z}_w \cdot \mathbf{r} \rangle. \end{aligned}$$

Jól látható, hogy a skaláris szorzatos jelölésmód a színingerösszetevőkre vonatkozó alapegyenletek felírásának tömörebb módját teszi lehetővé. Bár az eddigiek alapján úgy tűnhet, hogy a skaláris szorzatos jelölésmód összes érdeme a tömörebb írásmódban kimerül, megállapítható, hogy ezt a jelölésmódot használva figyelmünk könnyebben fordulhat a lineáris algebra eszköztára felé, aminek alkalmazása megkönnyítheti például színingerösszetevők különbségeinek vizsgálatát. Ilyen vizsgálatot és alkalmazásmódot mutat be az 5. fejezet.

3.3 Reprezentáció véges dimenziós vektorokkal

A színingermetriában használatos spektrális függvényeket és teljesítményeloszlásokat a gyakorlati számításoknál általában a hullámhosszértékek szempontjából egyenközű táblázatok formájában adják meg. A továbbiakban én is egyenközű adatsorokkal foglalkozom, és a hullámhosszértékek lépésközét $\Delta\lambda$ -val jelölöm ($\Delta\lambda \in \mathbf{R}$).

² Nem relatív spektrális teljesítményeloszlások és önvilágítók esetében a normalizációs konstans a K_m szimbólummal szokás jelölni, ahol $K_m = 683 \text{ lm/W}$. Ebben az esetben a Y színingerösszetevő megfelel a *fénysűrűség* fotometriai mennyiségnek.

Nem önvilágító objektumok színingermetriai leírásában, illetve ha egy sugárforrásnak csak a relatív spektrális teljesítményeloszlását ismerjük, szokás azt az egyszerűsítést alkalmazni, amely a Y színingerösszetevőt a fent leírt módon normálja [11]. Ebben az esetben a normalizációt hangsúlyozandó K_m helyett a k_s jelölést használom.

A táblázatokban a definiálni kívánt függvényeknek vagy eloszlásoknak mindig valamilyen mintavételezett változata szerepel. A mintavételezés folytonos függvények esetében jelenthet pontonkénti mintavételezést, tehát ekkor a táblázatot alkotó, a függvényt reprezentáló adatsor nem más, mint az adott függvény adott hullámhosszértékeknél felvett helyettesítési értékeinek felsorolása. Ily módon definiálták például a CIE A sugárzáseloszlás értékeinek táblázatát [12], és hasonló jelentése van a színingermegefeleltető függvényeket definiáló táblázatoknak is [7].

Ha a függvényt reprezentáló adatsort spektrometriai mérésekre visszavezethetően definiálják, például sugárforrások spektrális teljesítményeloszlása esetében (legyen az folytonos, vonalas vagy kevert típusú), akkor a táblázat adatsoránál tudatában kell lennünk az alábbiakban tárgyalt összefüggéseknek.

Ha a spektrometriai mérést például egy CCD-típusú detektort tartalmazó készülékkel végezték, akkor a táblázatban egy adott I_k hullámhosszértékhez nem az adott spektrális teljesítményeloszlás I_k helyen felvett értéke tartozik, hanem a kérdéses eloszlás $\left[I_k - \frac{\Delta I}{2}, I_k + \frac{\Delta I}{2} \right]$ intervallumra vonatkozó teljesítményének, azaz, ha matematikailag értelmezhető, akkor integráljának, vagy egy bizonyos értelemben vett mértékének, és a ΔI lépésköznek a hányadosa.

Hasonló értelmezést adhatunk a definíciós táblázatoknak olyan spektrométerek esetében is, melyek „háromszög alakú” sávátviteli függvényvel bírnak [13], de szem előtt kell tartanunk, hogy a I_k értékhez ekkor a kérdéses spektrális teljesítményeloszlás és a sávátviteli függvény $[I_k - \Delta I, I_k + \Delta I]$ intervallumon vett konvolúciójának értéke tartozik, amennyiben a „háromszög alakú” sávátviteli függvény pontosan egy $2 \cdot \Delta I$ hosszúságú intervallumon vesz fel nullától különböző értéket.

Elviekben analóg módon, bár kissé körülményesebben fogalmazható meg az értelmezés „trapéz” vagy „háromszögtől eltérő alakú” sávátviteli függvények esetében is [13].

Láthatjuk, hogy akármelyik fent említett esetről van is szó, a színingermetrikában használatos spektrális függvények és eloszlások mindig reprezentálhatók egy megfelelő értelemben vett mintavételezési adatsorral. Az alábbiakban a 3.1 alfejezetben leírtakhoz hasonlóan skaláris szorzatot és normát fogok mutatni a táblázatos függvénymegadások, azaz mintavételezési függvényreprezentációk esetében is.

3.3 definíció

Legyen $\Lambda = [I_{\min}, I_{\max}] \subset \mathbf{R}$ a színingermetrikai számításokban használatos függvények értelmezési tartománya. Tételezzük föl, hogy valamely, a Λ intervallumon értelmezett spektrális függvény vagy teljesítményeloszlás esetében ismerjük annak valamilyen értelemben vett mintavételezett változatát, ahol a mintavételezés lépésközét a $\Delta I \in \mathbf{R}$ valós szám jelenti. Ha az $n = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{\Delta I}$ hányados pozitív egész szám, akkor az alábbiakban megadott

$$\Lambda(\Delta I) = \{ I_{\min}, I_{\min} + \Delta I, I_{\min} + 2 \cdot \Delta I, \dots, I_{\min} + n \cdot \Delta I = I_{\max} \} \subset \mathbf{R}$$

halmazt a Λ intervallumhoz és a ΔI mintavételi lépésközhöz tartozó *mintavételi alaphalmaznak* nevezzük.

Tételezzük föl, hogy egy $\Lambda \subset \mathbf{R}$ kompakt intervallumon értelmezett S_f spektrális függvény vagy teljesítményeloszlás esetében ismerjük annak valamilyen értelemben vett, ΔI lépésköz értékhez tartozó mintavételezett változatát, amellyel S_f reprezentálható. Jelöljük az S_f függvény vagy eloszlás $I_k \in \Lambda(\Delta I)$ helyhez tartozó mintavételezési értékét $M(S_f)(I_k)$ -val. Ezek után minden, a színingermetrikában használatos S_f spektrális függvényhez vagy eloszláshoz hozzárendelhetünk egy olyan \mathbf{R}^n -beli vektort (\mathbf{R}^n elemei a valós számokból képzett rendezett n -esek), melynek komponensei az $M(S_f)(I_k)$, $k = 1, \dots, n$, mintavételezési értékek lesznek:

$$S_f \mapsto S = (S_1, S_2, \dots, S_n) = (M(S_f)(I_1), M(S_f)(I_2), \dots, M(S_f)(I_n)) \in \mathbf{R}^n,$$

ahol a I_1, \dots, I_n értékeket a $\Lambda(\Delta I)$ mintavételi alaphalmaz tartalmazza.

A lineáris algebrából ismeretes, hogy \mathbf{R}^n a *komponensenkénti összeadás* és a *skalárral való szorzás* műveletekkel *vektortér*.

3.4 definíció

Definiáljuk a $\langle \cdot, \cdot \rangle \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ leképezést a következő módon:

$$\langle a, b \rangle = \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i,$$

ahol $a, b \in \mathbf{R}^n$.

Könnyen ellenőrizhető, hogy a 3.4 definícióban megadott leképezés *skaláris szorzat* az \mathbf{R}^n vektortérben, és belőle *norma* is származtatható.

3.5 definíció

Jelöljük bármely $a \in \mathbf{R}^n$ vektor *normáját* az $\|a\|$ szimbólummal, és definiáljuk azt a következő módon:

$$\|a\| = \sqrt{\langle a, a \rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}.$$

A későbbiekben szükség lesz még négy műveletre az \mathbf{R}^n vektortér elemein értelmezve, melyeket az alábbiakban definiálok.

3.6 definíció

Legyen $a, b \in \mathbf{R}^n$. Az alábbiakban bevezetett műveletet nevezzük az a és b vektor *komponensenkénti szorzatának*:

$$a \cdot b = ((a \cdot b)_1, (a \cdot b)_2, \dots, (a \cdot b)_n) = (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, \dots, a_n \cdot b_n).$$

3.7 definíció

Legyen $a \in \mathbf{R}^n$ és $m \in \mathbf{R}$. Az a vektor *komponensenkénti hatványvektorának* nevezzük a következő módon megadott vektort:

$$a^m = ((a^m)_1, (a^m)_2, \dots, (a^m)_n) = (a_1^m, a_2^m, \dots, a_n^m),$$

amennyiben az a_i^m hatvány az a vektor valamennyi ($i = 1, \dots, n$) komponensre értelmezhető.

3.8 definíció

Legyen $a \in \mathbf{R}^n$. Az a vektor *komponensenkénti abszolútérték vektorának* nevezzük a következő módon megadott vektort:

$$|a| = (|a|_1, |a|_2, \dots, |a|_n) = (|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|).$$

3.9 definíció

Az alábbiakban megadott n -dimenziós, 1_n -nel jelölt vektort az \mathbf{R}^n tér *egységkomponensű vektorának* nevezzük:

$$1_n = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbf{R}^n.$$

3.4 Véges dimenziós vektorok használata színingermetrikai számításokban

Legyen $\Lambda = [I_{\min}, I_{\max}] \subset \mathbf{R}$. Legyen $S \in \Lambda \rightarrow \mathbf{R}$ egy sugárforrás spektrális teljesítmény-eloszlása. Legyenek az $\bar{x}_w, \bar{y}_w, \bar{z}_w \in \Lambda \rightarrow \mathbf{R}$ függvények a színingermetrikában használatos, w látószöghöz³ tartozó színingermegfeleltető függvények. Legyen $r \in \Lambda \rightarrow [0, 1]$ egy színminta spektrális visszaverési tényezője. Tegyük fel, hogy az előbb említett függvények mindegyike folytonos Λ -n, azaz eleme a $C(\Lambda)$ halmaznak.

Legyen $S_v \in \mathbf{R}^n$ a sugárforrás S spektrális teljesítményeloszlásának mintavételezéséből képzett vektor, ahol a mintavételezés hullámhossz-lépésköze ΔI , alaphalmaza pedig $\Lambda(\Delta I)$. Hasonlóan, legyenek az $\bar{x}_{w,v}, \bar{y}_{w,v}, \bar{z}_{w,v} \in \mathbf{R}^n$ vektorok az említett \bar{x}_w, \bar{y}_w és

³ A gyakorlatban az w látószög értékét 2° -ra ill. 10° -ra szabványosították [7].

\bar{z}_w színinermegfeleltető függvények mintavételezési értékeiből képzett vektorok, $\mathbf{r}_v \in \mathbf{R}^n$ pedig legyen a \mathbf{r} spektrális visszaverési tényező mintavételezési értékeiből képzett vektor.

Példaként felírom, hogy

$$S_v = (S_{v,1}, S_{v,2}, \dots, S_{v,n}) = (M(S)(I_1), M(S)(I_2), \dots, M(S)(I_n)),$$

ahol az $M(S)(I_i)$ szimbólum az S spektrális teljesítményeloszlás I_i helyhez tartozó ($I_i \in \Lambda(\Delta I)$) mintavételezési értékére utal. Hasonlóan épül fel a többi fent említett, egy-egy spektrális függvényt vagy teljesítményeloszlást reprezentáló véges dimenziós vektor is.

Ezek után a sugárforrás által megvilágított színmintának \mathbf{w} látószöghöz tartozó X színinergyösszetevője integrálok használata helyett integrálközelítő összegekkel számolható:

$$\begin{aligned} X &= \frac{100}{\int_{\Lambda} S \cdot \bar{y}_w} \cdot \int_{\Lambda} S \cdot \mathbf{r} \cdot \bar{x}_w \approx \\ &\approx X_v = \frac{100}{\sum_{i=1}^n M(S)(I_i) \cdot M(\bar{y}_w)(I_i) \cdot \Delta I} \cdot \sum_{i=1}^n M(S)(I_i) \cdot M(\mathbf{r})(I_i) \cdot M(\bar{x}_w)(I_i) \cdot \Delta I. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Ha a mintavételezési értékek közvetlen kiírása helyett a belőlük képzett véges dimenziós vektorokat használjuk, akkor a (3.1) egyenletben szereplő X_v a következő alakot ölti:

$$X_v = \frac{100}{\sum_{i=1}^n S_{v,i} \cdot \bar{y}_{w,v,i} \cdot \Delta I} \cdot \sum_{i=1}^n S_{v,i} \cdot \mathbf{r}_{v,i} \cdot \bar{x}_{w,v,i} \cdot \Delta I. \quad (3.2)$$

Felhasználva a 3.4 definícióban bevezetett skaláris szorzatos jelölést és a ΔI -val való egyszerűsítési lehetőséget, a (3.2) egyenletben szereplő X_v felírása tovább egyszerűsödik:

$$X_v = \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v, \mathbf{r}_v \cdot \bar{x}_{w,v} \rangle = \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v \cdot \bar{x}_{w,v}, \mathbf{r}_v \rangle.$$

Ugyanezt a tömör jelölésmódot használva a másik két színinergyösszetevő közelítésére használt Y_v és Z_v felírása:

$$\begin{aligned} Y_v &= \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v, \mathbf{r}_v \cdot \bar{y}_{w,v} \rangle = \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v \cdot \bar{y}_{w,v}, \mathbf{r}_v \rangle, \\ Z_v &= \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v, \mathbf{r}_v \cdot \bar{z}_{w,v} \rangle = \frac{100}{\langle S_v, \bar{y}_{w,v} \rangle} \cdot \langle S_v \cdot \bar{z}_{w,v}, \mathbf{r}_v \rangle. \end{aligned}$$

3.5 Vonalas és kevert típusú színeképekre vonatkozó elméleti megfontolások

A 3.1 és 3.2 alfejezet elméleti fejtegetéseinél a függvényekre mint absztrakt vektorokra vonatkozó skaláris szorzat definiálhatósága érdekében fel kellett tételeznünk, hogy a szín-ingermetrikai számításokban előforduló spektrális függvények és teljesítményeloszlások folytonos függvények. Tudjuk azonban, hogy a valóságban vonalas és kevert típusú spektrális teljesítményeloszlások is előfordulnak, melyek nemhogy folytonos függvényként, de még függvényként sem kezelhetők.

A vonalas spektrumok modellezhetők a Dirac-disztribúció nevű matematikai objektum [14] felhasználásával. A Dirac-disztribúció tulajdonságait felhasználva könnyen kiszámíthatjuk egy vonalas spektrális teljesítményeloszlás adott hullámhossz-intervallumra vonatkozó teljesítményét („integrálját”). Egyszerűen kezelhető továbbá az az eset is, amikor egy vonalas spektrális teljesítményeloszlás és egy folytonos függvény „szorzatának integrálját” kell kiszámítanunk. Így kaphatók meg például a vonalas színeképekhez tartozó színingerösszetevők is.

Mégis, ha a vonalas spektrális teljesítményeloszlásokat és főként a folytonos és vonalas eloszlásokból alkotható *kevert eloszlásokat* kívánjuk vektorként értelmezni egy absztrakt vektortérben, elméleti problémákba ütközhetünk, ha például az ilyen absztrakt vektorok közötti „pontonkénti szorzásra” van szükségünk. Így a skaláris szorzat és a belőle származtatandó norma is elméleti nehézségeket vonhat maga után.

Ennek ellenére, ha a vonalas vagy kevert típusú spektrális teljesítményeloszlások mintavételezésének leírására megfelelő matematikai modellt állítunk fel, akkor az ilyen mintavételezési értékekből alkotott, az eloszlást reprezentáló véges dimenziós vektorokat felhasználva véges összegekkel számíthatjuk a színingerösszetevőket; a vektorokhoz skaláris szorzat konstruálható, amelyből norma származtatható.

A gyakorlati számítások és mérések során mindig véges dimenziós vektorokkal reprezentálható spektrális függvényekkel és teljesítményeloszlásokkal találkozunk. Gondoljunk csak arra, hogy a jelen pillanatban érvényes, 2°-os és 10°-os látómezőre meghatározott színingermegfeleltető függvényeket vagy a szabványosított, ún. CIE sugárzéloszlásokat is legfeljebb 1 nm-es lépésközzel definiálták táblázatos formában [7], [6].

Így a 3.3 és 3.4 alfejezetben leírt módszerek **minden gyakorlati esetben** alkalmazhatók a színingermetrikai számítások során.

4. A nappali sugárzáseloszlások újraszámítása

4.1 Irodalmi áttekintés

A 60-as években előtérbe került az a kérdés, hogy miként lehetne egyszerűen számolható, explicit képlettel definiálni a különböző korrelált színhőmérséklet értékekhez tartozó nappali sugárzáseloszlásokat, azaz a Föld felszínén mérhető, a Napból eredő és az égbolt szűrő ill. szóró hatása által módosított sugárzás különböző korrelált színhőmérséklet értékekhez tartozó relatív spektrális teljesítményeloszlásait.

A témakörben úttörő jelentőség tulajdonítható az [1] publikációnak. A publikáció szerzői és munkatársaik a 380 nm és 830 nm közötti színképtartományban 10 nm-es lépésközzel végeztek spektrometriai méréseket. A mérési adatokból meghatározták az átlagos spektrális teljesítményeloszlást (a szakirodalomban leggyakrabban $S_0(\mathbf{I})$ -val jelölik), valamint két karakterisztikus eloszlást ($S_1(\mathbf{I})$ és $S_2(\mathbf{I})$). Segítségükkel a következőképpen számítható egy adott T_{cp} korrelált színhőmérsékletre tartozó $S(\mathbf{I})$ nappali sugárzáseloszlás:

$$S(\mathbf{I}) = S_0(\mathbf{I}) + M_1 \cdot S_1(\mathbf{I}) + M_2 \cdot S_2(\mathbf{I}). \quad (4.1)$$

A fenti képletben szereplő M_1 és M_2 tényezőt nem szabad konstansként kezelni, hiszen ezek az értékek [1] alapján függenek az adott T_{cp} korrelált színhőmérsékletre tartozó x_D , y_D színességi koordinátáktól:

$$M_1 = \frac{-1,351\ 5 - 1,770\ 3 \cdot x_D + 5,911\ 4 \cdot y_D}{0,024\ 1 + 0,256\ 2 \cdot x_D - 0,734\ 1 \cdot y_D} \quad (4.2)$$

és

$$M_2 = \frac{0,030\ 0 - 31,442\ 4 \cdot x_D + 30,071\ 7 \cdot y_D}{0,024\ 1 + 0,256\ 2 \cdot x_D - 0,734\ 1 \cdot y_D}, \quad (4.3)$$

ahol $4\ 000 \leq T_{cp} < 7\ 000$ esetén

$$x_D = -4,607\ 0 \cdot \frac{10^9}{T_{cp}^3} + 2,967\ 8 \cdot \frac{10^6}{T_{cp}^2} + 0,099\ 11 \cdot \frac{10^3}{T_{cp}} + 0,244\ 063; \quad (4.4)$$

$7\,000 \leq T_{cp} \leq 25\,000$ esetén

$$x_D = -2,006\,4 \cdot \frac{10^9}{T_{cp}^3} + 1,901\,8 \cdot \frac{10^6}{T_{cp}^2} + 0,247\,48 \cdot \frac{10^3}{T_{cp}} + 0,237\,040 ; \quad (4.5)$$

és mindkét színhőmérséklet tartományban

$$y_D = -3,000 \cdot x_D^2 + 2,870 \cdot x_D - 0,275 . \quad (4.6)$$

A (4.4) és (4.5) képlet feltételeiben a T_{cp} korrelált színhőmérséklet mértékegysége kelvin (K). A (4.4), (4.5) és (4.6) képletek alakja és a bennük szereplő paraméterek görbeillesztésből származnak, melynek célja a mérések során nyert adathalmaz spektrális teljesítmény-eloszlásainak korrelált színhőmérséklete és a hozzájuk tartozó színességi koordináták közötti függvénykapcsolat legjobb közelítése volt.

A fentiek alapján a (4.1) képlettel meghatározott $S(I)$ eloszlásból számítható színességi koordinátáknak meg kell egyezniük a T_{cp} korrelált színhőmérsékletre tartozó x_D , y_D színességi koordinátákkal.

Később az $S_0(I)$, $S_1(I)$ és $S_2(I)$ eloszlásokat lineárisan 5 nm-es lépésközre interpolálták és a finomabb lépésközök tekintetében is lineáris interpolációt javasolnak [15]. Ezeket a szabályokat alkalmazva határozták meg a CIE D65 sugárzáseloszlást [6].

Annak érdekében, hogy a megfelelő spektrális teljesítményeloszlásokat ill. színességi koordinátákat kaphassuk meg, az ajánlások bonyolult kerekítési szabályokat fogalmaznak meg M_1 és M_2 számításánál, ugyanis az eredeti 10 nm-es lépésközről más lépésközre áttérve a gyakorlati számításokat lényegileg nem befolyásoló, ám elméleti szempontból rendkívül zavaró, apróbb eltérések mutatkoztak a korrelált színhőmérséklet értékekhez tartozó és a kérdéses nappali sugárzáseloszlásból számított színességi koordináták között.

Az előbb említett kerekítési szabályok nem adnak tökéletes megoldást a két módon számított színességi koordináták közötti különbségek problémájának kiküszöbölésére, és a mai számítástechnikai lehetőségek tükrében nem is tekinthetők többé megalapozottnak.

Arra vonatkozó irodalmat, hogy ha 10 nm-esnél finomabb lépésközrel óhajtjuk meghatározni a nappali sugárzáseloszlásokat, akkor újra kellene számítanunk az M_1 és M_2 tényezőket, nem találtam.

A színíngermetrika tudománya számos másik olyan függvényt használ, melyeket eredetileg 1 nm-nél lényegesen nagyobb lépésközrel definiáltak egy adott színképtartományban, ám később a definíciós táblázatok lépésközét finomították. Jó példa erre a *CIE 2°-os színíngermérő észlelő* három színíngermegfeleltető függvénye, melyeket 1931-ben 5 nm-enként határoztak meg [16], ma azonban az őket definiáló táblázatokat, bizonyos nemlineáris interpolációs eljárás nyomán, 1 nm-es lépésközrel finomítva használhatjuk [17].

Így időszerűnek tűnik nemlineáris interpoláció alkalmazása a nappali sugárzás-eloszlásokat definiáló táblázatok finomítása érdekében, és egyúttal érdemes újra megvizsgálni

ill. korrigálni az adott korrelált színhőmérséklethez tartozó nappali sugárzáseloszlások számítását meghatározó formulákat is.

4.2 Az M_1 és M_2 tényezők számítása

A továbbiakban fogadjuk el azt a feltételezést, hogy a T_{cp} korrelált színhőmérséklet és az ennek megfelelő nappali sugárzáseloszláshoz tartozó x_D , y_D színességi koordináták közötti kapcsolat változatlanul olyan formában marad érvényben, ahogyan azt a (4.4), (4.5) és (4.6) képletek leírják.

A *CIE 2°-os színingermérő észlelő* [17] színingermegfeleltető függvényeinek legbővebb értelmezési tartományát és a nappali sugárzáseloszlásokhoz tartozó színek-tartományt szem előtt tartva, a 3.3 alfejezetben leírtak értelmében válasszunk a nappali sugárzáseloszlásokhoz tartozó hullámhossz-lépésköznek olyan $\Delta I \in \mathbf{R}$ értéket, ami megfelel a 3.3 definíciónak. Így tehát megkapjuk az említett függvények és eloszlások közös értelmezési tartományához ($\Lambda = [360, 830]$) és a ΔI lépésközhez tartozó $\Lambda(\Delta I)$ mintavételi alaphalmazt is, melynek elemszámát jelöljük n -nel.

Ezek után az M_1 és M_2 tényezők számításához szükséges valamennyi eloszlás ill. színingermegfeleltető függvény mintavételezett változatát \mathbf{R}^n -beli vektorként kezelhetjük, tehát $S, S_0, S_1, S_2, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \in \mathbf{R}^n$, ahol S_0, S_1 és S_2 a nappali sugárzáseloszlások számításához szükséges átlagos és karakterisztikus eloszlásnak, S az előzőek segítségével számított nappali sugárzáseloszlásnak, \bar{x}, \bar{y} és \bar{z} pedig a *CIE 2°-os színingermérő észlelő* [17] színingermegfeleltető függvényeinek megfelelő n -komponensű vektor.

Az S vektorhoz tartozó x_S színességi koordináta a 3.4 alfejezetben bemutatott skaláris szorzatos jelöléseket használva az alábbiak szerint számolható:

$$x_S = \frac{X_S}{X_S + Y_S + Z_S} = \frac{k_S \cdot \langle S, \bar{x} \rangle \cdot \Delta I}{k_S \cdot \langle S, \bar{x} \rangle \cdot \Delta I + k_S \cdot \langle S, \bar{y} \rangle \cdot \Delta I + k_S \cdot \langle S, \bar{z} \rangle \cdot \Delta I}.$$

A fenti egyenletben az X, Y és Z színingerösszetevők indexe arra utal, hogy azokat az S nappali sugárzáseloszlás vektorból számoljuk. Látható, hogy az egyenlet mind a színingermetrikában használatos k_S normalizációs konstanssal, mind a ΔI lépésközzel egyszerűsíthető. Ennek tudatában az S eloszláshoz tartozó színességi koordináták képletei az alábbiak szerint írhatók föl:

$$x_S = \frac{X_S}{X_S + Y_S + Z_S} = \frac{\langle S, \bar{x} \rangle}{\langle S, \bar{x} \rangle + \langle S, \bar{y} \rangle + \langle S, \bar{z} \rangle} \quad (4.7)$$

és

$$y_S = \frac{Y_S}{X_S + Y_S + Z_S} = \frac{\langle S, \bar{y} \rangle}{\langle S, \bar{x} \rangle + \langle S, \bar{y} \rangle + \langle S, \bar{z} \rangle}. \quad (4.8)$$

A skaláris szorzatok bilineáris tulajdonságát kihasználva (4.1)-ből kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}\langle S, \bar{x} \rangle &= \langle S_0, \bar{x} \rangle + M_1 \cdot \langle S_1, \bar{x} \rangle + M_2 \cdot \langle S_2, \bar{x} \rangle, \\ \langle S, \bar{y} \rangle &= \langle S_0, \bar{y} \rangle + M_1 \cdot \langle S_1, \bar{y} \rangle + M_2 \cdot \langle S_2, \bar{y} \rangle, \\ \langle S, \bar{z} \rangle &= \langle S_0, \bar{z} \rangle + M_1 \cdot \langle S_1, \bar{z} \rangle + M_2 \cdot \langle S_2, \bar{z} \rangle.\end{aligned}\tag{4.9}$$

A továbbiakban felírandó egyenletek könnyebb kezelhetősége érdekében vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\begin{aligned}A_0 &= \langle S_0, \bar{x} \rangle, & A_1 &= \langle S_1, \bar{x} \rangle, & A_2 &= \langle S_2, \bar{x} \rangle, \\ B_0 &= \langle S_0, \bar{y} \rangle, & B_1 &= \langle S_1, \bar{y} \rangle, & B_2 &= \langle S_2, \bar{y} \rangle, \\ C_0 &= \langle S_0, \bar{z} \rangle, & C_1 &= \langle S_1, \bar{z} \rangle, & C_2 &= \langle S_2, \bar{z} \rangle, \\ D_0 &= A_0 + B_0 + C_0, & D_1 &= A_1 + B_1 + C_1, & D_2 &= A_2 + B_2 + C_2.\end{aligned}$$

Az újonnan bevezetett jelölésekkel a (4.9) egyenlethármas tömörebb alakot nyer:

$$\begin{aligned}\langle S, \bar{x} \rangle &= A_0 + M_1 \cdot A_1 + M_2 \cdot A_2, \\ \langle S, \bar{y} \rangle &= B_0 + M_1 \cdot B_1 + M_2 \cdot B_2, \\ \langle S, \bar{z} \rangle &= C_0 + M_1 \cdot C_1 + M_2 \cdot C_2.\end{aligned}\tag{4.10}$$

Ugyanezen jelöléseket alkalmazva a fenti egyenlethármasból adódik, hogy

$$\langle S, \bar{x} \rangle + \langle S, \bar{y} \rangle + \langle S, \bar{z} \rangle = D_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2.\tag{4.11}$$

Az egyenletrendszer, amit meg kell oldanunk, a legtömörebb alakban a következőképpen írható fel:

$$\begin{aligned}x_D &= x_S, \\ y_D &= y_S.\end{aligned}\tag{4.12}$$

Még egyszer összefoglalva, a (4.12) egyenletrendszer egyenleteinek bal oldalán szereplő x_D és y_D szimbólumok az adott T_{cp} korrelált színhőmérséklethez tartozó nappali sugárzáseloszlás színességi koordinátáit jelölik, melyek számítása a nemlineáris modell-függvény (4.4), (4.5) és (4.6) képletei szerint történik. Az egyenletek jobb oldalán szereplő x_S és y_S szimbólumok abból az S relatív spektrális teljesítményeloszlásból számított színességi koordináták, amelyet a (4.1) egyenlet alapján határozunk meg. A (4.1) egyenletben szereplő M_1 és M_2 tényezőket úgy kell tehát megválasztanunk, hogy a (4.12) egyenletrendszer teljesüljön.

Írjuk fel (4.12)-t úgy, hogy az egyenletek jobb oldalába behelyettesítjük (4.7)-et ill. (4.8)-at:

$$x_D = \frac{\langle S, \bar{x} \rangle}{\langle S, \bar{x} \rangle + \langle S, \bar{y} \rangle + \langle S, \bar{z} \rangle},$$

$$y_D = \frac{\langle S, \bar{y} \rangle}{\langle S, \bar{x} \rangle + \langle S, \bar{y} \rangle + \langle S, \bar{z} \rangle}.$$

Az így kapott egyenletrendszerbe helyettesítsük be a (4.10) egyenlethármaszt ill. a (4.11) összefüggést:

$$x_D = \frac{A_0 + M_1 \cdot A_1 + M_2 \cdot A_2}{D_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2},$$

$$y_D = \frac{B_0 + M_1 \cdot B_1 + M_2 \cdot B_2}{D_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2}.$$

(4.13)

A (4.13) egyenletrendszer felírásával elérkeztünk a (4.12) kiindulási egyenletrendszer végső alakjához. (4.13) megoldása egészen egyszerű, hiszen az egyenletet átrendezve egy kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert kapunk. Az egyenletet M_1 -re és M_2 -re megoldva kapjuk:

$$M_1 = \frac{(B_0 \cdot D_2 - B_2 \cdot D_0) \cdot x_D + (A_2 \cdot D_0 - A_0 \cdot D_2) \cdot y_D + (A_0 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_0)}{(B_2 \cdot D_1 - B_1 \cdot D_2) \cdot x_D + (A_1 \cdot D_2 - A_2 \cdot D_1) \cdot y_D + (A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2)}$$

(4.14)

és

$$M_2 = \frac{(B_1 \cdot D_0 - B_0 \cdot D_1) \cdot x_D + (A_0 \cdot D_1 - A_1 \cdot D_0) \cdot y_D + (A_1 \cdot B_0 - A_0 \cdot B_1)}{(B_2 \cdot D_1 - B_1 \cdot D_2) \cdot x_D + (A_1 \cdot D_2 - A_2 \cdot D_1) \cdot y_D + (A_2 \cdot B_1 - A_1 \cdot B_2)}.$$

(4.15)

4.3 Az M_1 és M_2 tényezők szabványosított kifejezéseiben szereplő konstansok pontossága

A CIE TC 1-48 technikai bizottság vitát folytatott arról a kérdésről, hogy szükséges-e a nappali sugárzáseloszlások számítási módszerének frissítése vagy sem. A tagok az egyéni értelmezések miatt csekély különbségekre jutottak, mikor a CIE 15.2 publikációban rögzített szabályokat [18] alkalmazták a számítások során. Ennélfogva úgy gondolom, hogy érdemes visszanyúlni az eredeti publikációig [1], és kísérletet tenni az ott véghezvitt számolási lépések pontos megértésére.

Az [1] publikációban a szerzők kiszámították az $S_0(\mathbf{I})$, $S_1(\mathbf{I})$ és $S_2(\mathbf{I})$ eloszlások normalizáció nélküli színingerösszetevőit⁴:

$$\begin{aligned} X_0 &= 102\,434, & Y_0 &= 106\,769, & Z_0 &= 123\,630, \\ X_1 &= 1\,866, & Y_1 &= 1\,914, & Z_1 &= 34\,810, \\ X_2 &= 2\,133, & Y_2 &= 762, & Z_2 &= -2\,355, \end{aligned}$$

ahol az indexek értelemszerűen az azonos indexszel jelölt eloszlásra vonatkoznak. Az eredeti publikációban bevezették az

$$S_0 = X_0 + Y_0 + Z_0, \quad S_1 = X_1 + Y_1 + Z_1, \quad S_2 = X_2 + Y_2 + Z_2,$$

jelöléseket, melyek a következő értékeket eredményezték:

$$S_0 = 332\,833, \quad S_1 = 38\,590, \quad S_2 = 540.$$

Ha az M_1 és M_2 tényezőt az

$$M_1 = \frac{g_1 \cdot x_D + h_1 \cdot y_D + i_1}{j \cdot x_D + k \cdot y_D + l} \quad \text{és} \quad M_2 = \frac{g_2 \cdot x_D + h_2 \cdot y_D + i_2}{j \cdot x_D + k \cdot y_D + l}$$

alakban vizsgáljuk, akkor például a g_1 konstans az [1] publikáció (5) egyenletével összhangban a következőképpen számítható (vö. (4.14)):

$$g_1 = (Y_0 \cdot S_2 - Y_2 \cdot S_0).$$

A fentebb megadott X_0, \dots, S_2 értékekkel azonban $g_1 = -195\,963\,486$ adódik. Ahhoz, hogy a szabványosított $g_1 = -1,770\,3$ megkaphassák, a szerzőknek az [1] publikációban valamiféle módosításokkal kellett élniük, amit részletesen nem tárgyaltak. Az [1] publikáció levezetéseinek tanulmányozásából azonban kikövetkeztethető, hogy a szerzők nagy valószínűség szerint a következő módosítással éltek, természetesen nem csak g_1 , hanem h_1, \dots, l esetében is:

$$g_1 = \frac{Y_0 \cdot S_2 - Y_2 \cdot S_0}{S_0^2} \cdot 10^3. \tag{4.16}$$

Alkalmazva a fenti módosítást, $g_1 = -1,769\,0$ -et kapunk, ami még mindig nem egyezik meg a szabványosított $g_1 = -1,770\,3$ értékkel.

Ennek az eltérésnek az az oka, hogy a g_1, \dots, l konstansok számításánál az alapműveletek elvégzésekor lépésenként alkalmaztak kerekítést. Tehát például g_1 számítása során nem a végső értéket kerekítették a szabványos értékeknél használt négy tizedes jegyre, hanem a (4.16) egyenlet *egyedi hányadosait kerekítették 5 tizedes jegyre* a következő módon:

⁴ Szeretném felhívni a figyelmet arra, hogy a 4.3 alfejezetben használt jelölések az eredeti [1] publikációban használt jelölésekkel egyeznek meg. Így az eredeti publikáció és az értekezés ezen fejezete félreértések nélkül, együttesen elemezhető.

$$g_1 = \left(\left[\begin{array}{c} Y_0 \\ S_0 \end{array} \right]_5 \cdot \left[\begin{array}{c} S_2 \\ S_0 \end{array} \right]_5 - \left[\begin{array}{c} Y_2 \\ S_0 \end{array} \right]_5 \cdot \left[\begin{array}{c} S_0 \\ S_0 \end{array} \right]_5 \right) = \left(\left[\begin{array}{c} Y_0 \\ S_0 \end{array} \right]_5 \cdot \left[\begin{array}{c} S_2 \\ S_0 \end{array} \right]_5 - \left[\begin{array}{c} Y_2 \\ S_0 \end{array} \right]_5 \right),$$

ahol a $[\cdot]_5$ szimbólum az 5 tizedes jegyre való kerekítést jelenti. Ha tehát g_1 -et a fenti módon számoljuk, akkor $g_1 = -1,770\ 320\ 2$ -t kapunk. Végül, ezt az értéket 4 tizedes jegyre kerekítve megkapjuk a $g_1 = -1,770\ 3$ értéket.

A 4-I. táblázat összefoglalja a g_1, \dots, l konstansoknak a fenti módon közvetlenül és 12 tizedes jegyre pontosan számított értékeit, a lépésenkénti kerekítésekkel kapott értékeket (ez utóbbiakat 7 tizedes jegy pontossággal), valamint mindkét módon számított értékeket 4 tizedes jegyre kerekítve.

4-I. táblázat

Az M_1 és M_2 tényezők képleteiben szereplő konstansok.

	A konstansok értékei 12 tizedes jegy pontossággal számolva	A konstansok értékei a lépésenkénti kerekítésekkel számolva	Az I. oszlop értékei 4 tizedes jegyre kerekítve	A II. oszlop értékei 4 tizedes jegyre kerekítve
g_1	-1,768 977 860 027	-1,770 320 2	-1,769 0	-1,770 3
h_1	5,909 292 242 671	5,911 428 8	5,909 3	5,911 4
i_1	-1,351 205 395 330	-1,351 493 5	-1,351 2	-1,351 5
g_2	-31,442 880 819 378	-31,442 392 6	-31,442 9	-31,442 4
h_2	30,076 978 463 886	30,071 694 4	30,077 0	30,071 7
i_2	0,028 636 403 967	0,030 011 9	0,028 6	0,030 0
j	0,256 116 464 596	0,256 187 6	0,256 1	0,256 2
k	-0,733 945 119 670	-0,734 087 2	-0,733 9	-0,734 1
l	0,024 018 078 158	0,024 010 6	0,024 0	0,024 0

A 4-I. táblázat IV. oszlopának értékei megegyeznek a CIE 15.2 publikációban szereplő értékekkel [18] (vö. (4.2) és (4.3)), kivéve l -et. Ez ismét csak egy nyugtalanító tény, de tartsuk szem előtt, hogy 1964-ben, amikor [1] napvilágot látott, még csak harmadik generációs számítógépek voltak, de az is előfordulhat, hogy l esetében a 0,000 1 mértékű eltérés pusztán egy elgépelés eredménye.

Habár a 4-I. táblázatban bemutatott, a lépésenkénti kerekítésre visszavezethető különbségek elhanyagolható hatással vannak a számított nappali sugárzáseloszlásokra, a színingermetrika törvényszerűségeinek és egyenleteinek megértésénél nehézségekhez ill. adott esetben ellentmondásokhoz vezethetnek. Így véleményem szerint, a mai számítógépek számítási kapacitását figyelembe véve, **a közbenső számítási lépéseket mindig az adott számítógép ill. szoftver legnagyobb számábrázolási pontosságával** (általában 12-14 tizedes jegy) **érdemes végeznünk, és mindig csak a végső eredményt kerekítsük a kívánt számú tizedes jegyre.**

4.4 Az M_1 és M_2 tényezők szabványosított kifejezéseinek érvényessége

A 4.2 alfejezetben megmutattam, hogyan juthatunk el az

$$S(\mathbf{I}) = S_0(\mathbf{I}) + M_1 \cdot S_1(\mathbf{I}) + M_2 \cdot S_2(\mathbf{I})$$

egyenletben szereplő M_1 és M_2 tényezők számítási képleteihez. A 4.3 alfejezetben feltártam, hogy a lépésenkénti kerekítések nyomán hogyan keletkeztek azok a konstansok, melyeket azután az M_1 és M_2 tényezők kiszámításához szabványosítottak [18].

Tegyük fel, hogy az M_1 és M_2 tényezőket az eredeti [1] publikáció tartalmával ekvivalens módon, ám most a 4.2 alfejezetben leírtak szerint számítjuk ki. Koncentráljunk a skaláris szorzatos jelölésekre és a mögöttük rejlő integrálközelítő összegek használatára és tekintsünk most el a 4.3 alfejezetben feltárt lépésenkénti kerekítésekből eredő hibáktól.

Ekkor a 3.3 definícióval és az [1] publikáció tartalmával összhangban a színínger-megfeleltető függvények és a kérdéses eloszlások $\Lambda = [360, 830]$ értelmezési tartományával és $\Delta I = 10$ nm-es hullámhossz-lépésközzel kell dolgoznunk, tehát

$$\Lambda(\Delta I) = \{360, 370, 380, \dots, 820, 830\}.$$

A (4.7) és (4.8) egyenletekben szereplő skaláris szorzatok kiszámítási szabályára (vö. 3.4 definíció) gondolva azonnal nyilvánvalóvá válik, hogy általános esetben (konstans függvényektől és néhány speciális függvénytől eltekintve) **a skaláris szorzatok értéke függ a véges dimenziós vektorokkal reprezentált függvények és eloszlások ΔI mintavételezési lépésközétől.** Így a $\Delta I = 10$ nm-es hullámhossz-lépésközzel mintavételezett S_0 , S_1 és S_2 eloszlások esetében meghatározott M_1 és M_2 tényezők kizárólag $\Delta I = 10$ nm-es hullámhossz-lépésköz esetében érvényesek.

Mégis, a CIE 15.2 publikációban az S_0 , S_1 és S_2 eloszlásoknak olyan definíciós táblázatai szerepelnek [19], melyek lépésköze 5 nm, hiszen 1964 óta a 10 nm-enként definiált adatsorokat lineárisan 5 nm-es lépésközzre interpolálták. Az M_1 és M_2 tényezők számítására szolgáló kifejezésekben szereplő tényezőket (lásd (4.2) és (4.3)) azonban változatlanul hagyták. Ezt pedig a fentebb leírtak tükrében elvi hibának kell tekintenünk, ami hatással van a számítandó S nappali sugárzáseloszlásra és így természetesen a belőle számolt x_S , y_S színességi koordinátákra is.

A 4-II. táblázat néhány korrelált színhőmérséklet esetében összefoglalja, mekkora különbségek adódnak, ha a lineárisan 5 nm-es lépésközzre interpolált S_0 , S_1 és S_2 eloszlások esetében újraszámítjuk az M_1 és M_2 tényezőket [CD_1], illetve ha azokat a szabványban rögzített kifejezések szerint számítjuk [20]. Hasonló összehasonlítást mutat be a 4-III. táblázat is, csak ebben az esetben az interpoláció, szintén lineárisan, 1 nm-es lépésközzre történt.

Amint látható, a színességi koordináták abszolút eltérései nem nagyok, de a legtöbb esetben már a negyedik tizedes jegyben is megmutatkoznak. (A különbségek nyolc tizedes jegyen való ábrázolásának színíngermetrikai jelentősége nincs, csupán a matematikai elemzést segítik elő.) A színességi koordináták számításánál azonban bevett szokás, hogy többnyire a negyedik tizedes jegyig pontosan számolnak.

Megállapítható tehát, hogy **helyesen akkor járunk el, ha a 10 nm-es értéktől eltérő lépésközök esetén mindig újraszámítjuk a nappali sugárzáseloszlásokra vonatkozó egyenletben szereplő M_1 és M_2 tényezőket.**

4-II. táblázat

Az S nappali sugárzáseloszlás színességi koordinátáinak összehasonlítása néhány korrelált színhőmérséklet esetében. Az S kiszámításához szükséges M_1 és M_2 tényezőket először az 5 nm-es lépésközre vonatkozóan (Újraszámított) [CD_1], majd pedig a szabványosított módon (Szabványosított) [20] számítottam.

Lineáris interpoláció, $Dl = 5 \text{ nm}$				
$T_{cp}, \text{ K}$			Újraszámított	Szabványosított
5 000	$x_D = 0,345\ 741\ 00$ $y_D = 0,358\ 666\ 15$	M_1	-1,044	-1,040
		M_2	0,344	0,367
		x_S	0,345\ 738\ 43	0,345\ 734\ 46
		y_S	0,358\ 663\ 21	0,358\ 545\ 10
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 002\ 57	0,000\ 006\ 54
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 002\ 94	0,000\ 121\ 05
5 500	$x_D = 0,332\ 501\ 63$ $y_D = 0,347\ 607\ 68$	M_1	-0,790	-0,786
		M_2	-0,218	-0,195
		x_S	0,332\ 476\ 86	0,332\ 480\ 32
		y_S	0,347\ 579\ 78	0,347\ 471\ 50
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 024\ 77	0,000\ 021\ 31
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 027\ 90	0,000\ 136\ 18
6 500	$x_D = 0,312\ 778\ 88$ $y_D = 0,329\ 183\ 50$	M_1	-0,301	-0,296
		M_2	-0,711	-0,688
		x_S	0,312\ 767\ 69	0,312\ 749\ 42
		y_S	0,329\ 170\ 07	0,329\ 044\ 04
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 011\ 19	0,000\ 029\ 46
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 013\ 43	0,000\ 139\ 46
7 500	$x_D = 0,299\ 091\ 20$ $y_D = 0,315\ 025\ 11$	M_1	0,138	0,144
		M_2	-0,783	-0,760
		x_S	0,299\ 089\ 02	0,299\ 051\ 36
		y_S	0,315\ 024\ 47	0,314\ 883\ 07
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 002\ 18	0,000\ 039\ 84
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 000\ 64	0,000\ 142\ 04

4-III. táblázat

Az S nappali sugárzáseloszlás színességi koordinátáinak összehasonlítása néhány korrelált színhőmérséklet esetében. Az S kiszámításához szükséges M_1 és M_2 tényezőket először az 1 nm-es lépésköze vonatkozóan (Újraszámított) [CD_1], majd pedig a szabványosított módon (Szabványosított) [20] számítottam.

Lineáris interpoláció, $Dl = 1 \text{ nm}$				
$T_{cp}, \text{ K}$			Újraszámított	Szabványosított
5 000	$x_D = 0,345\ 741\ 00$ $y_D = 0,358\ 666\ 15$	M_1	-1,044	-1,040
		M_2	0,342	0,367
		x_S	0,345\ 740\ 69	0,345\ 749\ 96
		y_S	0,358\ 666\ 75	0,358\ 552\ 50
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 000\ 31	0,000\ 008\ 96
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 000\ 60	0,000\ 113\ 65
5 500	$x_D = 0,332\ 501\ 63$ $y_D = 0,347\ 607\ 68$	M_1	-0,791	-0,786
		M_2	-0,220	-0,195
		x_S	0,332\ 516\ 03	0,332\ 496\ 09
		y_S	0,347\ 624\ 59	0,347\ 482\ 05
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 014\ 40	0,000\ 005\ 54
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 016\ 91	0,000\ 125\ 63
6 500	$x_D = 0,312\ 778\ 88$ $y_D = 0,329\ 183\ 50$	M_1	-0,301	-0,296
		M_2	-0,712	-0,688
		x_S	0,312\ 776\ 95	0,312\ 764\ 76
		y_S	0,329\ 183\ 05	0,329\ 058\ 85
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 001\ 93	0,000\ 014\ 12
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 000\ 45	0,000\ 124\ 65
7 500	$x_D = 0,299\ 091\ 20$ $y_D = 0,315\ 025\ 11$	M_1	0,138	0,144
		M_2	-0,782	-0,760
		x_S	0,299\ 109\ 61	0,299\ 066\ 09
		y_S	0,315\ 043\ 95	0,314\ 900\ 79
		$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000\ 018\ 41	0,000\ 025\ 11
		$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000\ 018\ 84	0,000\ 124\ 32

4.5 Az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások interpolációja

Ebben az alfejezetben különböző interpolációs módszereket hasonlítok össze annak a feladatnak a megoldásánál, amikor az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások definíciós táblázatainak 10 nm lépésközű adatsorait 1 nm-es lépésközre interpoláljuk. Megvizsgálom továbbá azt is, hogy a különböző interpolációs eljárásokkal előállított, 1 nm lépésközű S_0 , S_1 és S_2 eloszlások esetében milyen különbségek adódnak a nappali sugárzéseloszlások számításához szükséges M_1 és M_2 tényezőket illetően.

Manapság elterjedten használják a Lagrange-féle és a spline-interpolációs eljárásokat. A lineáris interpoláció szerepe csökken, minthogy az előző két interpolációs eljárással magasabb rendű közelítés érhető el, ha az interpolálni kívánt függvénynek bizonyos „kedvező” tulajdonságai vannak, amit például differenciálhatósági feltételekkel fogalmazzunk meg.

Az értekezésnek nem célja sem a Lagrange-féle, sem a spline-interpolációs eljárások bemutatása, hiszen ezek teljes részletességgel megtalálhatók magyar nyelven például a [21] és [22], ill. angol nyelven a [23] és [24] szakkönyvekben.

4.5.1 Lagrange-interpoláció

Egyszerű számíthatóságuk miatt a Lagrange-féle interpolációs polinomokat gyakran alkalmazzák interpolációs feladatok megoldására. Azt a tényt azonban szem előtt kell tartanunk, hogy a Lagrange-polinomok rosszul kondicionáltak, amennyiben „túl sok” adatpontra kívánjuk őket illeszteni. Emiatt a Lagrange interpolációt főleg szakaszonként alkalmazzák.

Az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások 1 nm-es lépésközre való interpolációjánál én is szakaszonként harmadfokú Lagrange-polinomokból álló interpolációs függvényt alkalmaztam. Ez azt jelenti, hogy bármely négy egymást követő interpolációs alapontra harmadfokú Lagrange-polinomot illesztettem, azonban mindig csak a két középső pont között elhelyezkedő hullámhosszértékekhez tartozó hiányzó függvényértékeket határoztam meg egy adott polinommal. Ez az eljárás a 300 nm, 310 nm, 320 nm és 330 nm hullámhosszértékhez, valamint a 800 nm, 810 nm, 820 nm és 830 nm hullámhosszértékhez tartozó pontnégyeseket kivéve minden esetben használható. Az első pontnégyesnél meghatározott harmadfokú Lagrange-polinomot a hiányzó értékek meghatározására nem csak a 310 nm és 320 nm közötti tartományban, hanem a 300 nm és 310 nm közötti tartományban is használtam. Hasonlóan, az utolsó pontnégyesnél meghatározott harmadfokú Lagrange-polinom a hiányzó értékek meghatározására nem csak a 810 nm és 820 nm közötti tartományban, hanem a 820 nm és 830 nm közötti tartományban is használatra került.

Az ily módon előálló interpolációs függvény folytonos, ám általános esetben éppen az interpolációs alappontok hullámhosszértékeinél nem differenciálható.

Az értekezés további részében a fentiekben bemutatott, szakaszonként harmadfokú Lagrange-polinomokból álló interpolációs függvényt használó módszerre „Lagrange”-ként hivatkozom.

4.5.2 Spline-interpolációk

A spline-interpolációk széles körben kedveltek, mert a spline-polinomokból összeállított interpolációs függvények általában néhányszor folytonosan differenciálhatók a teljes értelmezési tartományukon, és nem csak az adott függvényt közelítik, hanem annak első néhány deriváltját is. Így például a harmadfokú spline-polinomokból felépített interpolációs függvények kétszer folytonosan differenciálhatók a teljes értelmezési tartományukon.

Az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások 1 nm-es lépésközre való interpolációját spline-interpolációs függvényekkel is elvégeztem, mégpedig három változatban. Mindegyik interpolációs eljárásban harmadfokú spline-polinomokat használtam. Ahhoz azonban, hogy érthető legyen a három változat közötti különbség, egyetlen részletre mégis ki kell térnem.

A harmadfokú spline-polinomokból felépülő interpolációs függvények felépítésénél egy lineáris egyenletrendszer megoldásával juthatunk el a spline-polinomok együtthatóihoz. A spline-polinomok, valamint első és második deriváltjaik csatlakozási feltételeiből ez a lineáris egyenletrendszer mindig úgy írható föl, hogy benne két egyenlettel kevesebb lesz, mint az ismeretlenek száma. A hiányzó két egyenletet az interpolációs függvény első ill. utolsó alappontnál előírt tulajdonságával szabhatjuk meg. Nevezetesen előírhatjuk, hogy mi legyen az interpolációs függvény első vagy második deriváltja az első és utolsó alappontnál. A megfelelő rendű deriváltak ilyen előírását hívják *végfeltétel*nek.

Az értekezésben vizsgált spline-interpoláció három változata közül először az interpolációs függvény *első* deriváltját írtam elő végfeltételként, mégpedig úgy, hogy az első deriváltat az első és az utolsó alappontnál $O((\Delta l)^2)$ nagyságrendben véges differenciákkal közelítettem. Az ilyen típusú interpolációra az értekezés további részében „*Spline 1*”-ként hivatkozom.

A második változatnál pontosan ugyanazt és ugyanúgy tettem, mint az első változatnál, de most az interpolációs függvény *második* deriváltját írtam elő végfeltételként az első és az utolsó alappontnál. Erre a típusra az értekezés további részében „*Spline 2*”-ként hivatkozom.

A harmadik változatnál a *második* deriváltat nullának írtam elő az első és utolsó alappontnál. Az ilyen végfeltétellel felírt spline-polinomokat egy speciális tulajdonságuk miatt *természetes spline*-oknak is nevezik. A természetes spline-polinomokat használó interpolációra az értekezés további részében „*Spline 3*”-ként hivatkozom.

4.5.3 A számítási lépések sorrendje interpoláláskor

A (4.1) egyenlet bal oldalán szereplő S nappali sugárzáseloszlás meghatározása elvileg két különböző módon történhet:

1. A 10 nm-enként definiált S_0 , S_1 és S_2 eloszlásokból meghatározzuk az S eloszlás értékét minden 10. nm-nél (tegyük fel, hogy M_1 -et és M_2 -t hiba nélkül számítottuk ki). Ezek után S így nyert értékeit felhasználva egy megfelelő interpolációs módszerrel meghatározzuk S hiányzó értékeit.
2. Meghatározzuk a 10 nm-enként definiált S_0 , S_1 és S_2 eloszlások hiányzó értékeit a kiválasztott interpolációs módszerrel. Ezután a 4.2 alfejezetben leírt módon meghatározzuk az M_1 és M_2 tényezőket. Végül kiszámítjuk S értékeit minden olyan hullámhosszértéknél, melyekre az S_0 , S_1 és S_2 eloszlásokat interpoláltuk.

A fent leírt két eljárás *akkor és csak akkor* ekvivalens, ha M_1 és M_2 konstansok, azaz nem függenek a felhasznált adatoktól. A 4.4 alfejezetben azonban megmutattam, hogy M_1 és M_2 függ az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások Δl lépésközétől. Így a fenti 1. pontban leírt metódust nem használhatjuk. A 2. pontban összefoglalt módszer alapján viszont M_1 -et és M_2 -t mindig újra kell számolnunk, valahányszor más lépésközre térünk át.

4.5.4 M_1 és M_2 értékeinek összehasonlítása különböző típusú interpolációk esetén

A nappali sugárzéeloszlások számításához szükséges S_0 , S_1 és S_2 eloszlások interpolációját összesen öt féle módszerrel végeztem el [CD_1]. Elsőként lineáris interpolációt használtam (erre a módszerre a későbbiekben „Lineáris”-ként hivatkozom⁵). Másodszor a 4.5.1 szakaszban bemutatott *Lagrange*-módszert alkalmaztam. Végül pedig a 4.5.2 szakasz *Spline 1*, *Spline 2* és *Spline 3* interpolációi kerültek sorra.

Az S_0 , S_1 és S_2 eloszlásokat mind az öt módszerrel 1 nm-es lépésközre interpoláltam 300 nm és 830 nm között. Az így nyert függvényértékeket nyolc tizedes jegyre kerekítettem.

Ennél a pontnál szeretném felhívni a figyelmet arra, hogy a színingermetriai számításoknál csak a 360 nm és 830 nm között meghatározott interpolációs értékeket vehettem figyelembe, hiszen az \bar{x} , \bar{y} és \bar{z} színingermegfeleltető függvényeket is csak 360 nm és 830 nm között értelmezzük azon feltételezés miatt, hogy ezen tartományon kívül zérus értéket vesznek fel. Emiatt a három spline-interpoláció használatakor a módszerek eltérő végfeltételei ellenére az interpolált S_0 , S_1 és S_2 eloszlások a 360 nm-es hullámhossz-érték közelében annyira közel vannak egymáshoz, hogy szabad szemmel gyakorlatilag megkülönböztethetetlenek. Ezt mutatja a 4-1. ábra, 4-2. ábra és 4-3. ábra. A különböző végfeltételek hatása a 4-4. ábra, 4-5. ábra és 4-6. ábra grafikonjain tanulmányozható.

Írjuk fel M_1 és M_2 képletét újra az

$$M_1 = \frac{g_1 \cdot x_D + h_1 \cdot y_D + i_1}{j \cdot x_D + k \cdot y_D + l} \quad \text{és} \quad M_2 = \frac{g_2 \cdot x_D + h_2 \cdot y_D + i_2}{j \cdot x_D + k \cdot y_D + l}$$

alakban. A fenti két képletben szereplő konstansokat vizsgálataim során a következők szerint számoltam: először kiszámoltam a megfelelő konstanst úgy, ahogy az a (4.14) és (4.15) egyenletekben szerepel. Utána elosztottam D_0^2 -tel, megszoroztam 1 000-rel (vö. (4.14), (4.15) és (4.16)), majd az eredményt 8 tizedes jegyre kerekítettem. Ennek eredményét foglalja össze a 4-IV. táblázat [CD_1].

Érdekes kérdés, hogy amennyiben a gyakorlati számítások során számábrázolási megkötéseknek kell eleget tennünk, hány tizedes jegyre kerekítve használjuk az M_1 és M_2 számításához szükséges g_1, \dots, l konstansokat illetve magukat az így kiszámított M_1 és M_2 tényezőket. Ezt a kérdést illusztrálja a 4-V. táblázat, a 4-VI. táblázat és a 4-VII. táblázat $T_{cp} = 6\,500$ K korrelált színhőmérséklet esetében [CD_1]. Az x_s , y_s színességi koordináták számításához először az S sugárzéeloszlást határoztam meg a (4.1) alapegyenlettel, majd a szokásos integrálközelítő összegés közelítést alkalmaztam (lásd (4.7) és (4.8)).

⁵ A lineáris interpolációs eljárást elemi mivolta miatt magától értetődőnek tekintem, és emiatt bővebb magyarázatot nem fűzök hozzá.

A táblázatok alapján kijelentem, hogy amennyiben a gyakorlati számítások során számábrázolási megkötéssel állunk szemben (például a szükséges paraméterek rögzített, táblázatos összefoglalása), akkor a színingermetrikai számításokban szokásos pontosságot figyelembe véve kielégítő eredményekhez juthatunk, ha a g_1, \dots, l konstansokat hat tizedes jegyre, az M_1 és M_2 értékeket pedig öt tizedes jegyre kerekítjük (lásd a 4-VI. táblázat sárga mezőit).

4-IV. táblázat

A különböző típusú interpolációs módszerek hatása az M_1 és M_2 képleteiben szereplő konstansokra.

	Interpolációs módszer				
	<i>Lineáris</i>	<i>Lagrange</i>	<i>Spline 1</i>	<i>Spline 2</i>	<i>Spline 3</i>
g_1	-1,772 547 08	-1,778 641 82	-1,778 859 45	-1,778 859 43	-1,778 859 46
h_1	5,904 263 09	5,907 448 02	5,907 994 43	5,907 994 44	5,907 994 41
i_1	-1,347 893 38	-1,346 664 71	-1,346 870 25	-1,346 870 26	-1,346 870 24
g_2	-31,415 349 62	-31,445 045 32	-31,442 252 50	-31,442 252 50	-31,442 252 53
h_2	30,068 115 68	30,06 407 54	30,063 310 38	30,063 310 44	30,063 310 32
i_2	0,025 724 19	0,036 559 44	0,035 633 66	0,035 633 65	0,035 633 68
j	0,256 918 18	0,255 403 22	0,255 357 60	0,255 357 60	0,255 357 60
k	-0,734 180 59	-0,732 177 14	-0,732 106 66	-0,732 106 67	-0,732 106 66
l	0,024 185 11	0,023 865 41	0,023 873 12	0,023 873 12	0,023 873 12

4-V. táblázat

A kerekítések hatásának tanulmányozása a nappali sugárzáseloszlások számításánál.
 $T_{cp} = 6\,500\text{ K}$, $x_D = 0,312\,778\,88$, $y_D = 0,329\,183\,50$.

M_1 és M_2 kerekítése (tizedes jegyek száma)		g_1, \dots, l 8 tizedes jegyre kerekítve				
		<i>Lineáris</i>	<i>Lagrange</i>	<i>Spline 1</i>	<i>Spline 2</i>	<i>Spline 3</i>
8	M_1	-0,300 994 52	-0,303 401 76	-0,302 755 58	-0,302 755 57	-0,302 755 58
	M_2	-0,711 655 30	-0,712 541 69	-0,710 412 65	-0,710 412 71	-0,710 412 59
	x_S	0,312 778 88	0,312 778 88	0,312 778 88	0,312 778 88	0,312 778 88
	y_S	0,329 183 50	0,329 183 50	0,329 183 50	0,329 183 50	0,329 183 50
	$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00
	$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00	0,000 000 00
6	M_1	-0,300 995	-0,303 402	-0,302 756	-0,302 756	-0,302 756
	M_2	-0,711 655	-0,712 542	-0,710 413	-0,710 413	-0,710 413
	x_S	0,312 778 90	0,312 778 89	0,312 778 89	0,312 778 89	0,312 778 89
	y_S	0,329 183 52	0,329 183 51	0,329 183 51	0,329 183 51	0,329 183 51
	$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 02	0,000 000 01	0,000 000 01	0,000 000 01	0,000 000 01
	$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 02	0,000 000 01	0,000 000 01	0,000 000 01	0,000 000 01
5	M_1	-0,300 99	-0,303 40	-0,302 76	-0,302 76	-0,302 76
	M_2	-0,711 66	-0,712 54	-0,710 41	-0,710 41	-0,710 41
	x_S	0,312 778 71	0,312 778 83	0,312 779 04	0,312 779 04	0,312 779 04
	y_S	0,329 183 34	0,329 183 44	0,329 183 65	0,329 183 65	0,329 183 65
	$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 17	0,000 000 05	0,000 000 16	0,000 000 16	0,000 000 16
	$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 16	0,000 000 06	0,000 000 15	0,000 000 15	0,000 000 15
4	M_1	-0,301 0	-0,303 4	-0,302 8	-0,302 8	-0,302 8
	M_2	-0,711 7	-0,712 5	-0,710 4	-0,710 4	-0,710 4
	x_S	0,312 778 78	0,312 779 08	0,312 780 37	0,312 780 37	0,312 780 37
	y_S	0,329 183 60	0,329 183 52	0,329 185 02	0,329 185 02	0,329 185 02
	$\frac{1}{2}x_S - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 10	0,000 000 20	0,000 001 49	0,000 001 49	0,000 001 49
	$\frac{1}{2}y_S - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 10	0,000 000 02	0,000 001 52	0,000 001 52	0,000 001 52

4-VI. táblázat

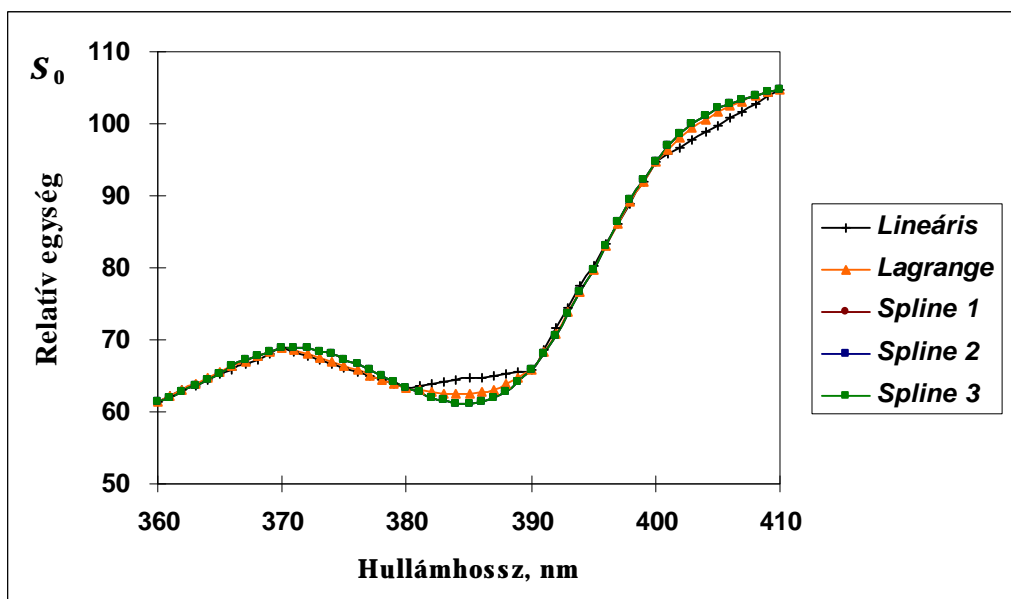
A kerekítések hatásának tanulmányozása a nappali sugárzáseloszlások számításánál.
 $T_{cp} = 6\,500\text{ K}$, $x_D = 0,312\,778\,88$, $y_D = 0,329\,183\,50$.

M_1 és M_2 kerekítése (tizedes jegyek száma)		g_1, \dots, l 6 tizedes jegyre kerekítve				
		<i>Lineáris</i>	<i>Lagrange</i>	<i>Spline 1</i>	<i>Spline 2</i>	<i>Spline 3</i>
6	M_1	-0,300 997	-0,303 398	-0,302 757	-0,302 757	-0,302 757
	M_2	-0,711 652	-0,712 536	-0,710 415	-0,710 415	-0,710 413
	x_s	0,312 778 98	0,312 778 79	0,312 778 91	0,312 778 91	0,312 778 92
	y_s	0,329 183 59	0,329 183 38	0,329 183 54	0,329 183 54	0,329 183 55
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 10	0,000 000 09	0,000 000 03	0,000 000 03	0,000 000 04
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 09	0,000 000 12	0,000 000 04	0,000 000 04	0,000 000 05
5	M_1	-0,301 00	-0,303 40	-0,302 76	-0,302 76	-0,302 76
	M_2	-0,711 65	-0,712 54	-0,710 41	-0,710 41	-0,710 41
	x_s	0,312 779 09	0,312 778 83	0,312 779 04	0,312 779 04	0,312 779 04
	y_s	0,329 183 69	0,329 183 44	0,329 183 65	0,329 183 65	0,329 183 65
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 21	0,000 000 05	0,000 000 16	0,000 000 16	0,000 000 16
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 19	0,000 000 06	0,000 000 15	0,000 000 15	0,000 000 15
4	M_1	-0,301 0	-0,303 4	-0,302 8	-0,302 8	-0,302 8
	M_2	-0,711 7	-0,712 5	-0,710 4	-0,710 4	-0,710 4
	x_s	0,312 778 78	0,312 779 08	0,312 780 37	0,312 780 37	0,312 780 37
	y_s	0,329 183 60	0,329 183 52	0,329 185 02	0,329 185 02	0,329 185 02
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 000 10	0,000 000 20	0,000 001 49	0,000 001 49	0,000 001 49
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 10	0,000 000 02	0,000 001 52	0,000 001 52	0,000 001 52
3	M_1	-0,301	-0,303	-0,303	-0,303	-0,303
	M_2	-0,712	-0,713	-0,710	-0,710	-0,710
	x_s	0,312 776 95	0,312 763 29	0,312 789 18	0,312 789 18	0,312 789 18
	y_s	0,329 183 05	0,329 169 14	0,329 192 48	0,329 192 48	0,329 192 48
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 001 93	0,000 015 59	0,000 010 30	0,000 010 30	0,000 010 30
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 45	0,000 014 36	0,000 008 98	0,000 008 98	0,000 008 98

4-VII. táblázat

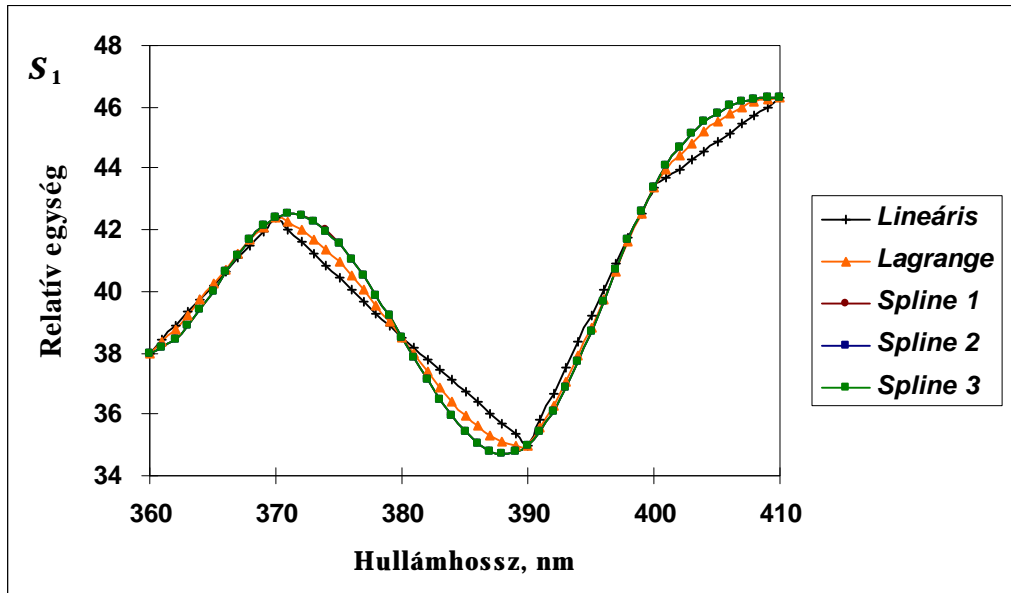
A kerekítések hatásának tanulmányozása a nappali sugárzáseloszlások számításánál.
 $T_{cp} = 6\,500\text{ K}$, $x_D = 0,312\,778\,88$, $y_D = 0,329\,183\,50$.

M_1 és M_2 kerekítése (tizedes jegyek száma)		g_1, \dots, l 4 tizedes jegyre kerekítve				
		<i>Lineáris</i>	<i>Lagrange</i>	<i>Spline 1</i>	<i>Spline 2</i>	<i>Spline 3</i>
4	M_1	-0,301 1	-0,303 2	-0,302 6	-0,302 6	-0,302 6
	M_2	-0,711 6	-0,713 1	-0,710 3	-0,710 3	-0,710 3
	x_s	0,312 782 57	0,312 769 04	0,312 774 62	0,312 774 62	0,312 774 62
	y_s	0,329 187 15	0,329 175 69	0,329 178 47	0,329 178 47	0,329 178 47
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 003 69	0,000 009 84	0,000 004 26	0,000 004 26	0,000 004 26
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 003 65	0,000 007 81	0,000 005 03	0,000 005 03	0,000 005 03
3	M_1	-0,301	-0,303	-0,303	-0,303	-0,303
	M_2	-0,712	-0,713	-0,710	-0,710	-0,710
	x_s	0,312 776 95	0,312 763 29	0,312 789 18	0,312 789 18	0,312 789 18
	y_s	0,329 183 05	0,329 169 14	0,329 192 48	0,329 192 48	0,329 192 48
	$\frac{1}{2}x_s - x_D\frac{1}{2}$	0,000 001 93	0,000 015 59	0,000 010 30	0,000 010 30	0,000 010 30
	$\frac{1}{2}y_s - y_D\frac{1}{2}$	0,000 000 45	0,000 014 36	0,000 008 98	0,000 008 98	0,000 008 98



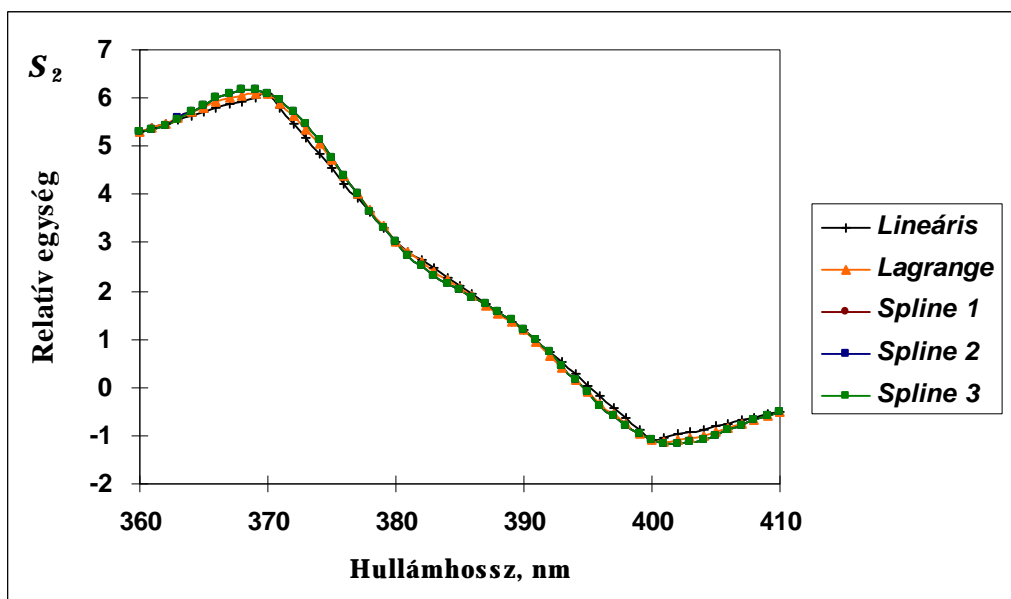
4-1. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_0 eloszlás esetén a $[360, 410]$ tartományban. A három spline-interpolációs függvény alakja ebben a tartományban annyira megegyezik, hogy grafikonjaik fedik egymást az ábrán



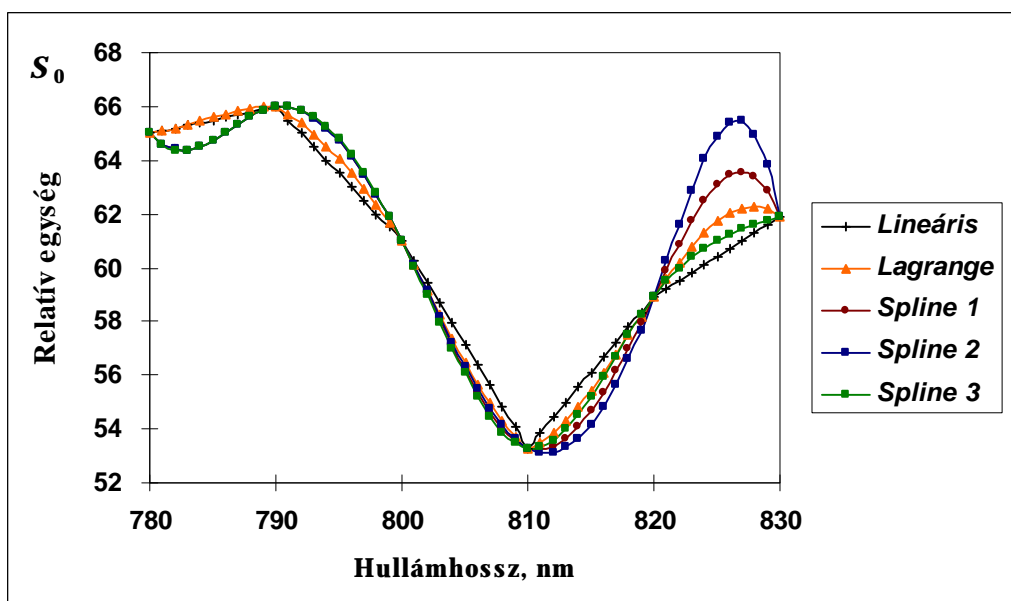
4-2. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_1 eloszlás esetén a $[360, 410]$ tartományban. A három spline-interpolációs függvény alakja ebben a tartományban annyira megegyezik, hogy grafikonjaik fedik egymást az ábrán



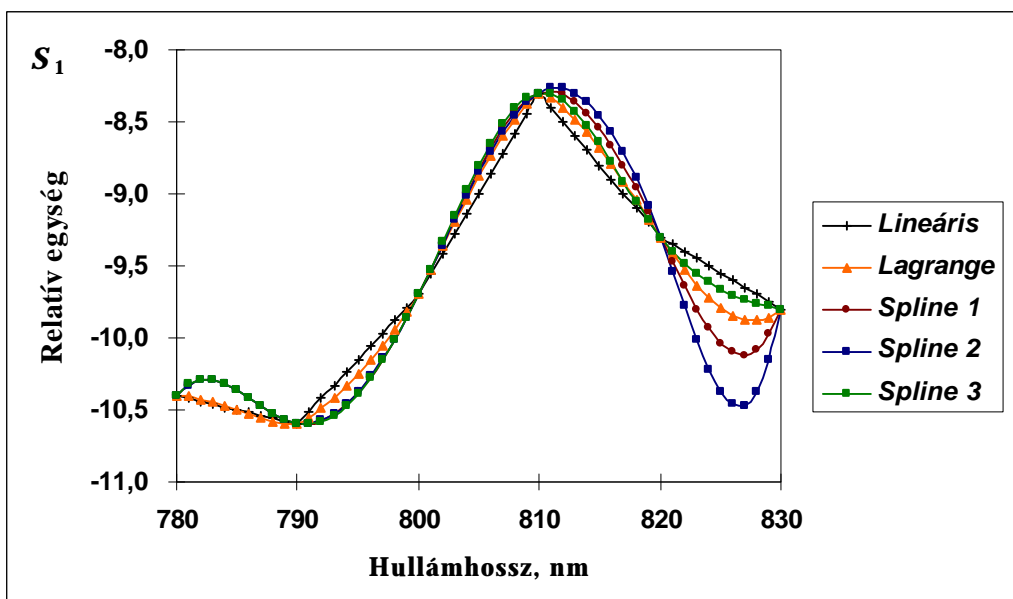
4-3. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_2 eloszlás esetén a $[360, 410]$ tartományban. A három spline-interpolációs függvény alakja ebben a tartományban annyira megegyezik, hogy grafikonjaik fedik egymást az ábrán



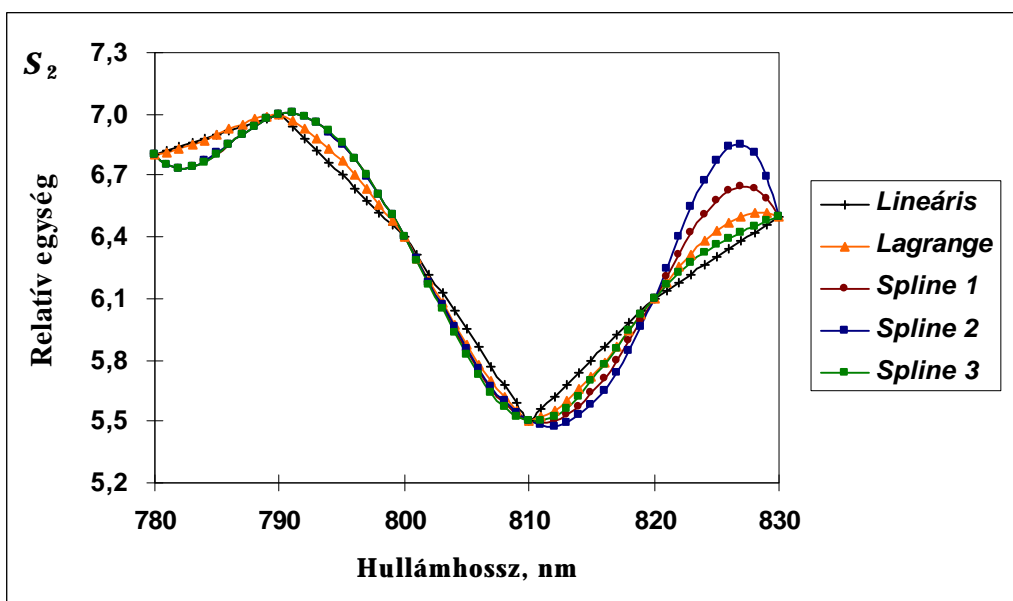
4-4. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_0 eloszlás esetén a $[780, 830]$ tartományban. Jól látható a spline-interpolációs függvények különböző végfeltételeinek hatása



4-5. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_1 eloszlás esetén a $[780, 830]$ tartományban. Jól látható a spline-interpolációs függvények különböző végfeltételeinek hatása



4-6. ábra.

Az öt interpolációs függvény grafikonja az S_2 eloszlás esetén a $[780, 830]$ tartományban. Jól látható a spline-interpolációs függvények különböző végfeltételeinek hatása

4.6 A gyakorlati színíngermetriára vonatkozó következmények

Ebben az alfejezetben arra a kérdésre adok választ, hogy a szabványosított módon [18] ill. az újraszámítás nyomán meghatározott nappali sugárzáseloszlások közti különbségek milyen hatással vannak a gyakorlati színíngermetriára.

A vizsgálathoz a sugárforrások színvisszaadási indexének meghatározásához a CIE által definiált 14 tesztelő színmintát (angolul *Test Colour Samples*, röviden TCS) [25] vettem igénybe. Azt tanulmányoztam, hogy a $T_{cp} = 6\,500\text{ K}$ korrelált színhőmérsékletű, különböző módszerekkel meghatározott nappali sugárzáseloszlások esetében mekkora ΔE_{ab}^* színíngerkülönbségek adódnak a minták között. Az összehasonlításokat három számítási módszerre építettem:

- a) A jelenleg érvényes CIE 15.2 publikációban ajánlott módszer (5 nm-es lépésköz, lineáris interpoláció, rögzített M_1 és M_2 tényezők) [18].
- b) 5 nm-es lépésközre történő interpoláció a *Spline 3* módszerrel, majd újraszámítás.
- c) A *Spline 3* módszer alkalmazása 1 nm-es lépésközre történő interpolációhoz valamennyi használt függvény és eloszlás (S_0 , S_1 , S_2 és a 14 tesztelő színminta spektrális visszaverési tényezői) esetében, majd újraszámítás. A minták színíngerszeteveőihez a *CIE 2°-os színíngermérő észlelő* 1 nm-es lépésközzel vett színíngermegfeleltető függvényeit [17] használtam.

Az eredményeket a 4-VIII. táblázat tartalmazza. A II. és III. oszlop a 14 színmintára vonatkozó *CIELAB* színíngerkülönbségeket mutatja az a) és b) valamint az a) és c) módszerekkel meghatározott nappali sugárzáseloszlások esetében. Amint az látható, a kapott színíngerkülönbségek egészen kicsik, meg sem közelítik az ember által éppen észlelhető $\Delta E_{ab}^* = 1$ körüli értéket.

A 4. fejezetben tárgyalt újraszámítás a gyakorlati színíngermetriai számításokat csak elhanyagolható mértékben befolyásolja, az eddigi szabványosított módszert használó munkák érvényességét nem veszélyezteti, viszont felfedte azoknak a számítási eltéréseknek az eredetét, melyek a nappali sugárzáseloszlások számítása során felléptek. Használatával ellentmondás- és hibamentesen számíthatók a nappali sugárzáseloszlások bármely választott interpolációs módszer esetén, és így az újraszámítás a különböző színíngermetriai táblázatokat is harmonizálja.

4-VIII. táblázat

A 14 CIE színminta [25] színíngerkülönbségei az a) és b) ill. a) és c) módszerekkel számolt 6 500 K korrelált színhőmérsékletű nappali sugárzáseloszlások esetén.

CIE színminta	DE_{ab}^* színíngerkülönbség az a) és b) módszerek esetén	DE_{ab}^* színíngerkülönbség az a) és c) módszerek esetén
TCS 01	0,003	0,003
TCS 02	0,007	0,007
TCS 03	0,007	0,007
TCS 04	0,013	0,013
TCS 05	0,004	0,005
TCS 06	0,006	0,006
TCS 07	0,011	0,011
TCS 08	0,010	0,009
TCS 09	0,011	0,011
TCS 10	0,010	0,010
TCS 11	0,010	0,010
TCS 12	0,068	0,067
TCS 13	0,008	0,008
TCS 14	0,003	0,003
Legnagyobb DE_{ab}^* színíngerkülönbség:	0,068	0,067

5. A nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak minősítése a látható színek tartományban

5.1 Irodalmi áttekintés

Manapság számos ipari (festékipar, textilipar), biológiai és egyéb alkalmazásban szükség van olyan mesterséges sugárforrásra, amely helyettesíteni tudja a nappali sugárzást legalább a látható színek tartományban. Ez másképpen megfogalmazva azt jelenti, hogy a mesterséges sugárforrás relatív spektrális teljesítményeloszlásának „hasonlónak” kell lennie a kiválasztott nappali sugárzáseloszláshoz, és a sugárforrás valamit a nappali sugárzáseloszlás színességi koordinátáinak „közel” kell esniük egymáshoz. Bármely mesterséges sugárforrás, amely ezeket a követelményeket kielégíti, a nappali sugárzáseloszlás szimulátorának tekinthető.

A CIE 51 publikáció eljárást tartalmaz [4], mellyel meghatározhatjuk néhány kitüntetett fontosságú nappali sugárzáseloszlás szimulátorának (D55, D65 és D75) jóságát színingermetrikai értelemben. Az ajánlás új kiadása, a CIE 51.2 publikáció már a D50 szimulátorai jósági értékének kiszámításához szükséges adatokat is tartalmazza [26]. Az említett minősítési eljárás [4] egymástól elválasztva vizsgálja a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai színek tartományát ultraibolya és látható tartományát.

Dolgozatomban a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának kérdését **csak a látható színek tartományban** vizsgálom.

Az alábbiakban összefoglalom a CIE 51 publikáció eljárásának [4] azon részét, amely a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságát a látható színek tartományra vonatkoztatva állapítja meg.

1. A szimulátor spektrális teljesítményeloszlása a 400 nm - 700 nm színek tartományban vizsgálandó. A spektrális teljesítményeloszlás adatainak lépésköze 5 nm.
2. A színingermetrikai számításokhoz a *CIE 1964 10°-os színingermérő észlelő* [27] színingermegfeleltető függvényei használandók.
3. Csak olyan szimulátorok vizsgálandók, melyek színességi koordinátái 0,015 sugarú körön belül helyezkednek el a helyettesíteni kívánt nappali sugárzáseloszlás színességi koordinátájához képest az u'_{10} , v'_{10} színességi diagramban.
4. A látható színek tartományra vonatkozó jóság meghatározásához öt metamer mintapár használandó. Minden ilyen, táblázatos módon definiált mintapár két színmintát reprezentál, melyek színingerösszetevői (és így L^* , a^* , b^* *CIELAB* koordinátái is) azonosak a helyettesíteni kívánt nappali sugárzáseloszlás esetén. Kiszámítandó, hogy az egyes metamer mintapárok között mekkora $\Delta E^*_{ab,10}$ színingerkülönbség⁶ mutatkozik, ha a szimulátor spektrális teljesítményeloszlásával sugározzuk be a mintákat.

⁶ A CIE 51 publikáció a színingerkülönbségek vizsgálatát és a velük történő osztályozást mind a *CIELAB*, mind a *CIELUV* színingertér esetében tárgyalja [4].

A $\Delta E_{ab,10}^*$ színíngerkülönbség másik elnevezéssel nem más, mint az adott metamer párhoz tartozó *metaméria index*.

Számításaimat a *CIELAB* színíngertérben végeztem. A fenti lépéssorozat után a szimulátor az öt metamer mintapárra vonatkozó átlagos színíngerkülönbség ($\Delta E_{ab,10}^*$), azaz *általános metaméria index* alapján a következő jósági osztályokba sorolható:

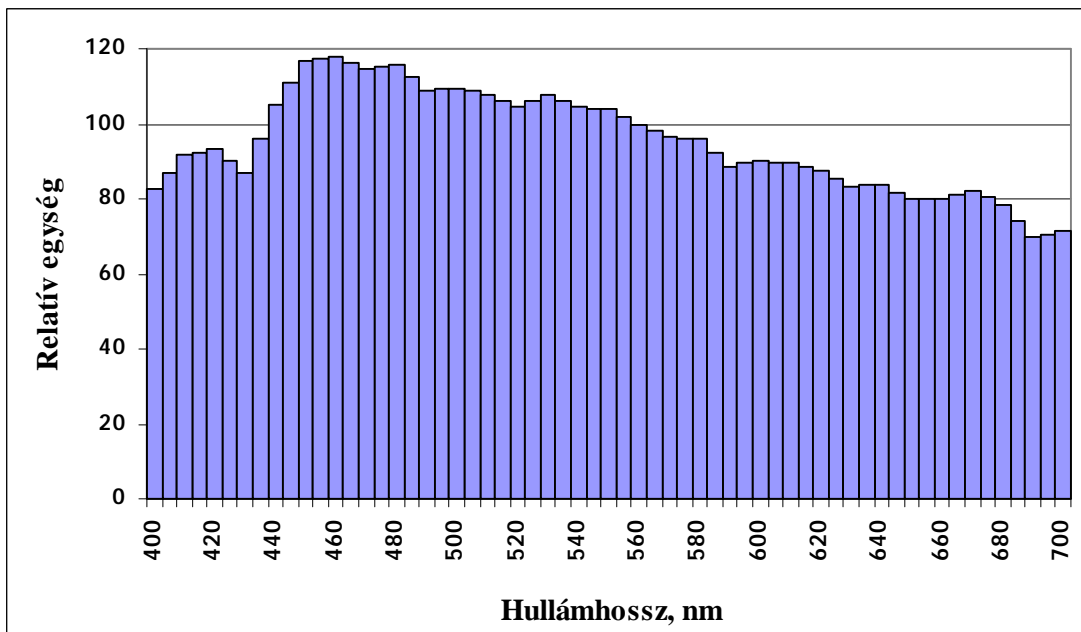
$\Delta E_{ab,10}^*$	Jósági osztály
< 0,25	A
0,25 – 0,5	B
0,5 – 1,0	C
1,0 – 2,0	D
> 2,0	E

5.2 A CIE 51 publikáció minősítési módszerének hiányossága

Ebben az alfejezetben rámutatok arra a tényre, hogy a CIE 51 publikáció minősítési módszerében [4] hiányosság fedezhető fel. Ezt a hiányosságot több példával illusztrálom. A CIE 51 publikáció minősítési módszerének hiányosságát a **D65 nappali sugárzáseloszlás** és helyettesítésére a minősítési módszer szerint alkalmasnak mutató spektrális teljesítményeloszlások tulajdonságainak elemzésével tárom fel. A példák kidolgozásánál azért választottam a D65-öt, mert ez a nappali sugárzáseloszlás kiemelt fontossággal bír a színíngermetrikában. Hasonló példák alkothatók a többi kitüntetett nappali sugárzáseloszlás esetében is.

Elméleti kísérletként több olyan spektrális teljesítményeloszlást állítottam elő, melyek a CIE 51 publikáció szerint [4] a D65 A osztályú szimulátorai lennének, ám az előállított teljesítményeloszlások lényegesen eltérnek a D65-től.

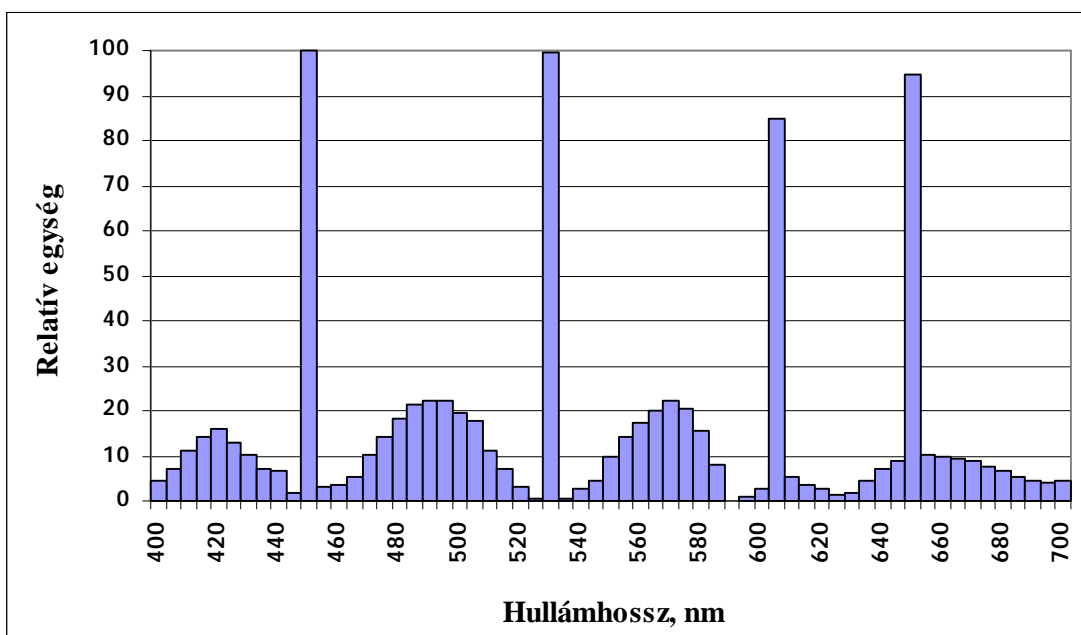
Az 5-1. ábra a D65 nappali sugárzáseloszlást szemlélteti, az 5-2. ábra, 5-3. ábra, 5-4. ábra és 5-5. ábra pedig négy olyan, elméletben előállított szimulátor relatív spektrális teljesítményeloszlását mutatja be, melyek a CIE 51 publikáció szerint [4] a látható színkép-tartományban a D65 nappali sugárzáseloszlás A osztályú szimulátorainak tekinthetők [CD_2]. Az előbb említett ábrák aláírásai az eloszlások u'_{10} , v'_{10} színességi koordinátáit és a CIE 51 publikációban közölt minősítési eljárás [4] eredményeként adódó, az öt metamer mintapárra vonatkozó $\Delta E_{ab,10}^*$ átlagos színíngerkülönbséget is feltüntetik.



5-1. ábra.

A D65 relatív spektrális teljesítményeloszlása.

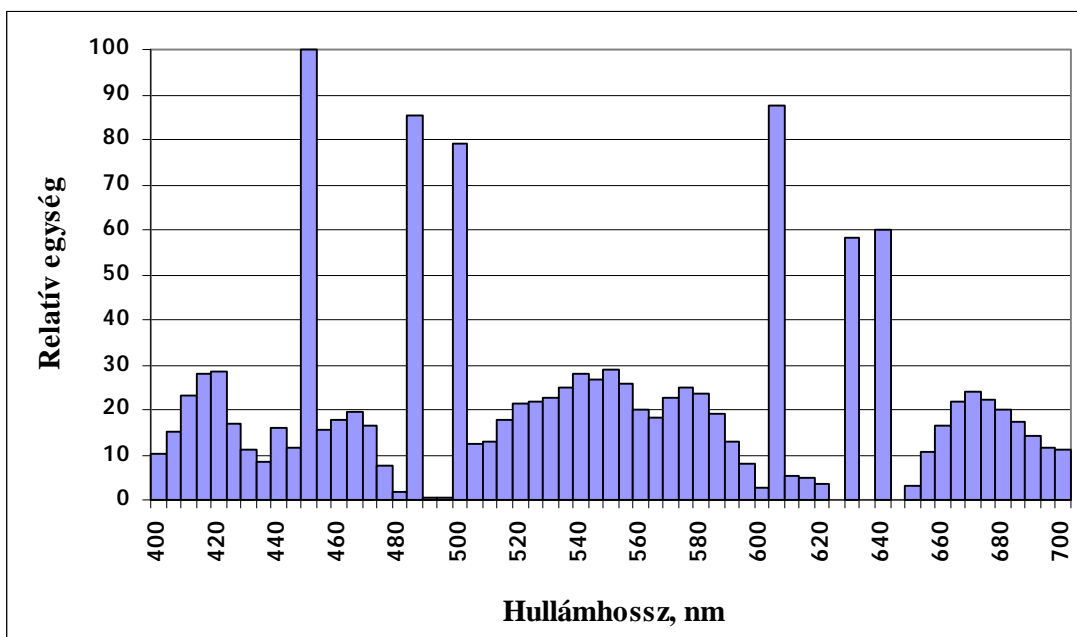
$$u'_{10} = 0,197\ 8 ; v'_{10} = 0,469\ 6 ; \overline{\Delta E_{ab,10}^*} = 0,01$$



5-2. ábra.

A D65 1. elméleti szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása.

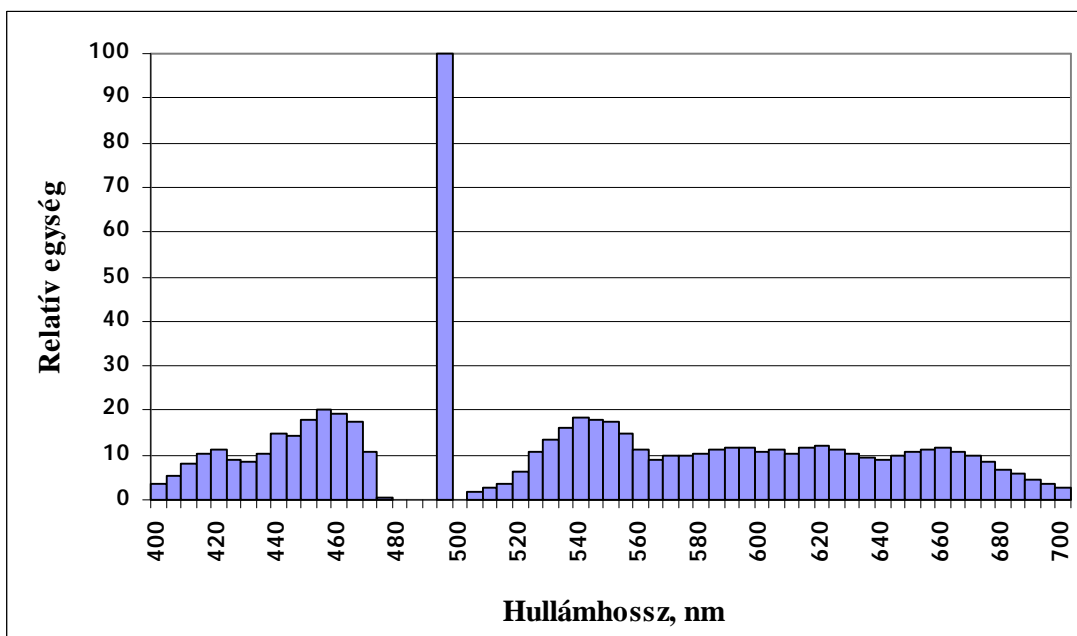
$$u'_{10} = 0,197\ 8 ; v'_{10} = 0,469\ 6 ; \overline{\Delta E_{ab,10}^*} = 0,19$$



5-3. ábra.

A D65 2. elméleti szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása.

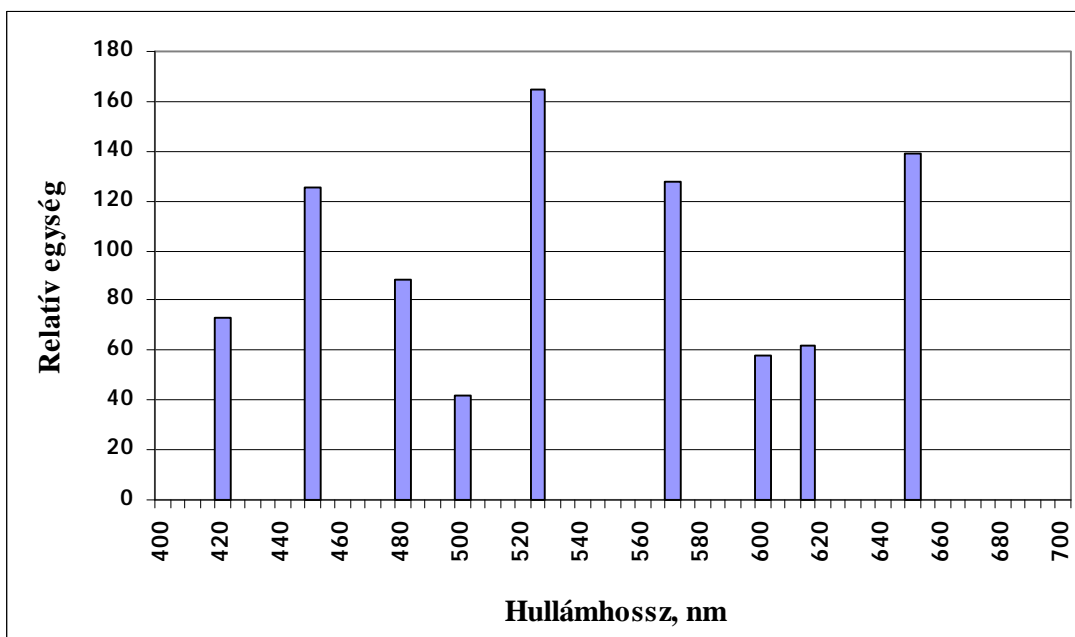
$$u'_{10} = 0,197\ 8 ; v'_{10} = 0,469\ 6 ; \Delta E_{ab,10}^* = 0,11$$



5-4. ábra.

A D65 3. elméleti szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása.

$$u'_{10} = 0,197\ 8 ; v'_{10} = 0,469\ 7 ; \Delta E_{ab,10}^* = 0,18$$



5-5. ábra.

A D65 4. elméleti szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása.

$$u'_{10} = 0,1977 ; v'_{10} = 0,4729 ; \overline{\Delta E^*_{ab,10}} = 0,19$$

Az 5-1. ábra aláírásában $\overline{\Delta E^*_{ab,10}} = 0,01$ átlagos színíngerkülönbség szerepel. A CIE 51 publikáció minősítési eljárásában [4] alkalmazott módszer elvei szerint ennek az értéknek nullának kellene lennie, azonban a [4], [5] és [28] hivatkozás adatsorainak felhasználásával bárki ellenőrizheti, hogy nem tévedésről van szó.

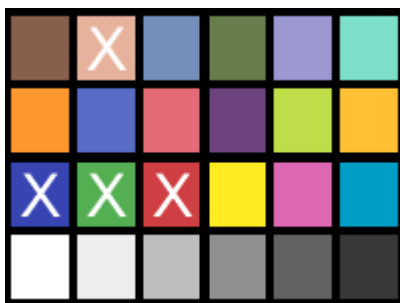
A számolási kísérlet eredményét összefoglalva megállapíthatjuk, hogy mind a négy bemutatott elméleti szimulátor relatív spektrális teljesítményeloszlása kielégíti a CIE követelményeit ahhoz, hogy a D65 nappali sugárzáseloszlás A osztályú szimulátorainak tekinthessük azokat a látható színek tartományban [4]. Mégis, egy egyszerű szemrevételezéses vizsgálatnál is azonnal kiütözik, hogy a vizsgált spektrális teljesítményeloszlások nagy mértékben eltérnek a D65-től. Ahhoz, hogy az előző mondat „nagy mértékben” kifejezését műszaki értelemben is objektív módon értelmezhessek, a következőkben részletezett számításokat végeztem el.

A *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] négy kiválasztott mintájához (lásd 5-6. ábra) egy-egy metamer mintát állítottam elő [CD_2]. A kiválasztott négy minta és az elméleti úton hozzájuk előállított négy metamer minta spektrális visszaverési tényezőjét az 5-7. ábra, 5-8. ábra, 5-9. ábra és 5-10. ábra szemlélteti. Egy adott mintapárt alkotó *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] színminta és az elméleti úton hozzá előállított metamer minta a D65 nappali sugárzáseloszlás esetében azonos színíngérszetevőkkel ill. L^* , a^* , b^* koordinátákkal jellemezhető⁷.

⁷ Mind a négy metamer pár esetében a párt alkotó két színminta közötti CIELAB színíngerkülönbség 0,00; amennyiben a színíngerkülönbségeket két tizedes jegy pontossággal ábrázoljuk.

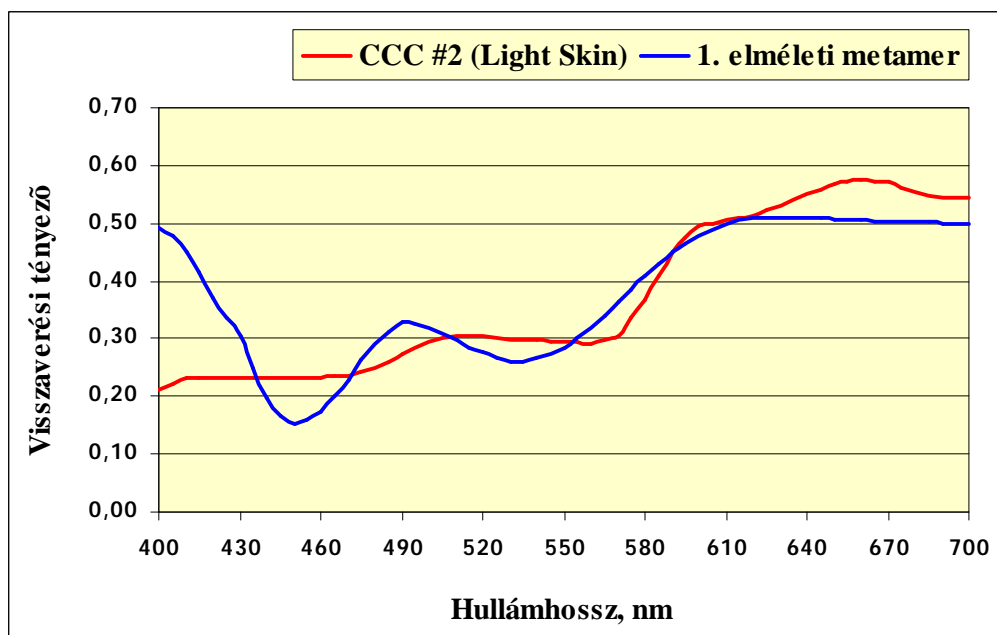
A négy metamer mintapárra a most bemutatott négy, a CIE 51 publikáció [4] által a látható színtartományban a D65 A osztályú szimulátorának minősített spektrális sugárzáseloszlásra elvégzett színinermetrikai számítások eredményeit az 5-I. táblázat foglalja össze.

A táblázat mutatta színinkülönbségekből nyilvánvaló, hogy a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak a CIE 51 publikációban rögzített minősítési módszere [4] nagy hibákhoz vezethet egy adott szimulátor jóságának meghatározásánál. Ahogyan azt a fenti példák is mutatják, könnyen előfordulhat, hogy a CIE 51 publikációban definiált metamer mintapárok [9] alapján egy adott szimulátorra A osztályú jóságot kapunk, ám más metamer mintapárok felhasználásával olyan nagy színinkülönbségek adódnak, hogy a vizsgált szimulátort csupán az E minősítési osztályba sorolhatnánk. Ebből pedig az a következtetés vonható le, hogy **a CIE 51 publikációban rögzített minősítési módszer [4] nem megbízható, ellentmondásmentes minősítésre nem alkalmas.**



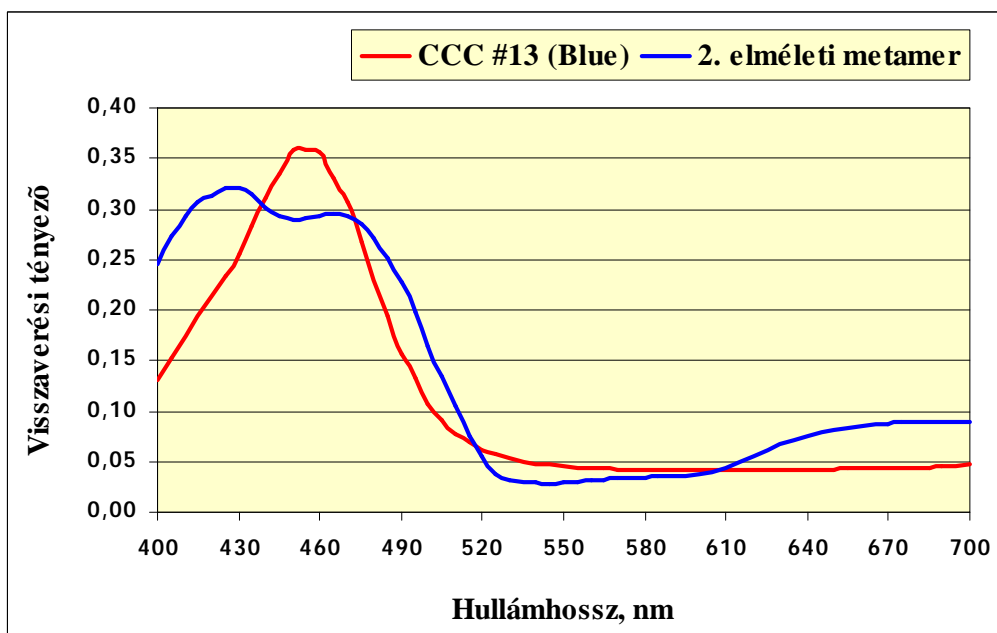
5-6. ábra.

A képre rajzolt fehér keresztek a Macbeth ColorCheckerTM Chart azon mintáit jelzik, melyekhez metamer párokat állítottam elő matematikai értelemben a D65 nappali sugárzáseloszláshoz



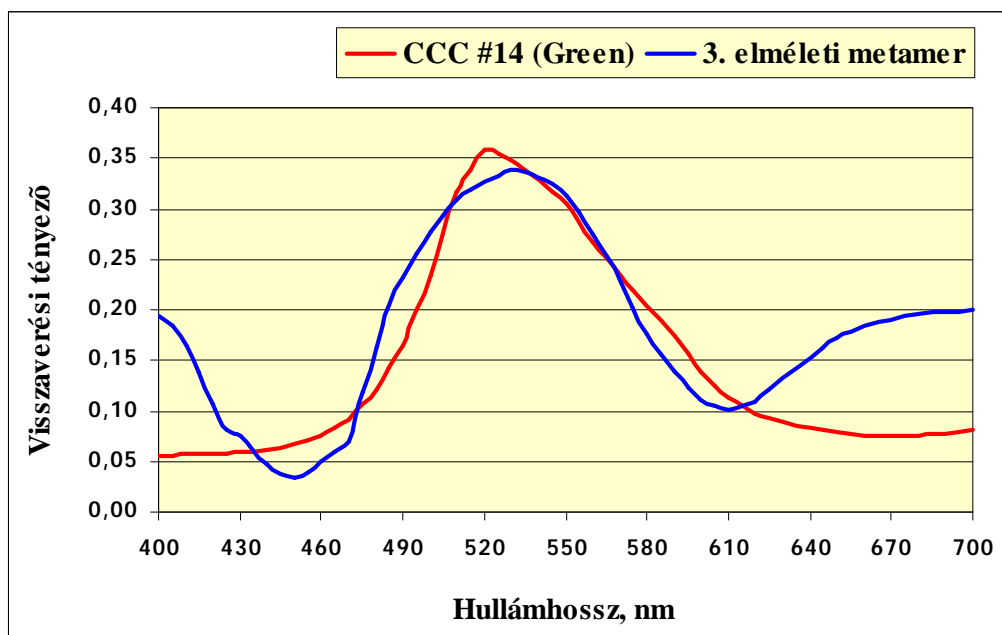
5-7. ábra.

Az 1. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart világos bőrszínt (Light Skin) reprezentáló színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer mintának a spektrális visszaverési tényezője



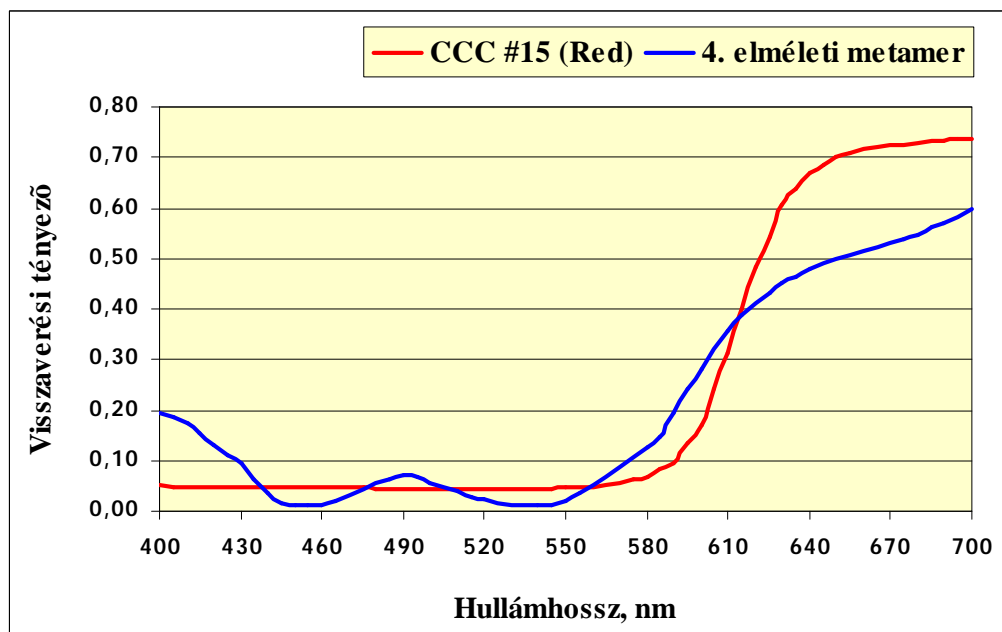
5-8. ábra.

A 2. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart kék (Blue) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer mintának a spektrális visszaverési tényezője



5-9. ábra.

A 3. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart zöld (Green) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer mintának a spektrális visszaverési tényezője



5-10. ábra.

A 4. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart vörös (Red) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer mintának a spektrális visszaverési tényezője

5-I. táblázat

A négy metamer mintapár L^* , a^* , b^* és $\Delta E_{ab,10}^*$ értékei a D65 sugárzáseloszlás és a négy elméletben előállított szimulátor esetében. A „CCC” rövidítés a *ColorCheckerTM Chart* névre utal, az utána álló szám pedig a *ColorCheckerTM Chart* megfelelő mintájára.

		CCC #2 (Light Skin)	1. metamer	CCC #13 (Blue)	2. metamer
D65	L^*	65,31	65,31	32,37	32,37
	a^*	13,79	13,79	16,80	16,80
	b^*	16,26	16,26	- 48,64	- 48,64
	$\Delta E_{ab,10}^*$	0,00		0,00	
1. szimulátor	L^*	65,25	65,20	32,22	31,96
	a^*	14,36	12,96	20,02	17,75
	b^*	16,16	19,37	- 50,79	- 48,72
	$\Delta E_{ab,10}^*$	3,50		3,08	
2. szimulátor	L^*	65,27	65,26	32,23	32,26
	a^*	13,76	12,84	19,27	16,70
	b^*	16,18	18,29	- 50,20	- 48,32
	$\Delta E_{ab,10}^*$	2,30		3,18	
3. szimulátor	L^*	65,29	65,28	32,28	32,50
	a^*	13,99	12,47	19,01	15,75
	b^*	16,16	18,50	- 50,07	- 48,14
	$\Delta E_{ab,10}^*$	2,79		3,79	
4. szimulátor	L^*	64,99	65,30	31,93	31,06
	a^*	14,03	13,42	20,16	21,01
	b^*	15,78	19,61	- 51,39	- 50,13
	$\Delta E_{ab,10}^*$	3,89		1,75	
		CCC #14 (Green)	3. metamer	CCC #15 (Red)	4. metamer
D65	L^*	55,43	55,43	39,83	39,82
	a^*	- 35,49	- 35,49	48,37	48,37
	b^*	35,39	35,39	24,08	24,08
	$\Delta E_{ab,10}^*$	0,00		0,00	
1. szimulátor	L^*	55,50	55,62	39,71	40,01
	a^*	- 36,47	- 37,22	47,95	48,37
	b^*	35,90	37,87	23,84	28,38
	$\Delta E_{ab,10}^*$	2,11		4,57	
2. szimulátor	L^*	55,40	55,60	39,84	39,77
	a^*	- 35,25	- 36,34	48,15	47,86
	b^*	35,64	36,88	24,07	26,45
	$\Delta E_{ab,10}^*$	1,66		2,40	
3. szimulátor	L^*	55,20	55,63	39,88	39,78
	a^*	- 33,98	- 36,47	48,48	47,45
	b^*	35,09	37,74	24,15	27,19
	$\Delta E_{ab,10}^*$	3,66		3,21	
4. szimulátor	L^*	55,95	55,53	39,65	40,19
	a^*	- 38,78	- 37,03	48,79	48,52
	b^*	36,91	37,36	23,73	28,55
	$\Delta E_{ab,10}^*$	1,86		4,86	

5.3 A CIE 51 publikáció minősítési módszere hiányosságának matematikai magyarázata

Jelöljük a D65-nek ill. a szimulátorának u'_{10} , v'_{10} színességi koordinátáit $(u'_{10,D}, v'_{10,D})$ -vel ill. $(u'_{10,S}, v'_{10,S})$ -sel. A CIE 51 publikáció minősítési módszerének [4] az 5.1 alfejezetben összefoglalt lépéseinél láthattuk, hogy az adott kitüntetett nappali sugárzáseloszlás ill. az ennek helyettesítésére használni kívánt szimulátor színességi koordinátáira teljesülnie kell a következő feltételnek:

$$\sqrt{(u'_{10,D} - u'_{10,S})^2 + (v'_{10,D} - v'_{10,S})^2} < 0,015 . \quad (5.1)$$

A CIE 51 publikációban szereplő, a minősítési eljárásban alkalmazott metamer párokat [9] úgy konstruálták, hogy az egyes párokat alkotó minták színíngerkülönbsége a D65 mellett nulla, vagy attól csak elhanyagolható mértékben tér el.

Jelöljük az öt metamer pár esetében a szimulátor mellett számított színíngerkülönbségeket $\Delta E_{ab,10,1}^*, \dots, \Delta E_{ab,10,5}^*$ -tel. Az 5.1 alfejezetben tárgyalt, az A jósági osztályba való besorolás további feltétele matematikailag a következőket jelenti:

$$\frac{\Delta E_{ab,10,1}^* + \Delta E_{ab,10,2}^* + \Delta E_{ab,10,3}^* + \Delta E_{ab,10,4}^* + \Delta E_{ab,10,5}^*}{5} < 0,25 \quad (5.2)$$

és

$$S(I) \geq 0, \text{ ahol } I \in \{400, 405, \dots, 695, 700\}. \quad (5.3)$$

Tehát azok a matematikai feltételek, melyeknek teljesülniük kell egy adott nappali sugárzáseloszlás A osztályú szimulátorára, az (5.1), (5.2) és (5.3) egyenlőtlenségekkel fogalmazhatók meg. Ha elméleti vizsgálatainkhoz egy adott nappali sugárzáseloszlás A osztályú szimulátorának spektrális teljesítményeloszlását kívánjuk előállítani, akkor az (5.1)-(5.3) egyenlőtlenségrendszer megoldása manuális úton reménytelen feladat, de számítógép segítségével megfelelő numerikus eljárást (pl. a gradiens módszert [30]) választva a probléma könnyen kezelhető. (Az 5-2. ábra, 5-3. ábra, 5-4. ábra és 5-5. ábra olyan spektrális teljesítményeloszlásokat illusztrál, melyeket a gradiens módszer [30] alkalmazásával állítottam elő. A különbség az egyes eloszlások között csupán a gradiens módszer kezdeti értékének más és más beállításában volt.) Nyilvánvaló, hogy az (5.1)-(5.3) egyenlőtlenségrendszer végtelen sokféleképpen oldható meg. A mai számítógépek nyújtotta lehetőségeket kihasználva könnyűszerrel állíthatunk elő olyan spektrális teljesítményeloszlásokat, melyek a CIE 51 publikációban rögzített minősítési módszer [4] szerint a kiemelt fontosságú nappali sugárzáseloszlások A osztályú szimulátorai lennének, ám a spektrális teljesítményeloszlások valójában nagyon távol esnének az adott nappali sugárzáseloszlástól, és az 5-I. táblázatban bemutatottakhoz hasonló, nagy színíngerkülönbségeket eredményeznének.

5.4 A metamer párok számának növelése

Lényegesnek tekinthető annak a kérdésnek a tisztázása, hogy a CIE 51 publikáció minősítési eljárásának [4] hiányossága kiküszöbölhető-e, ha növeljük a felhasznált metamer párok számát. Ha ugyanis a metamer párok számának növelése jelentősen javítaná a minősítési eljárás megbízhatóságát, akkor egy esetleges revízió során a CIE 51 publikáció adatsorai [9] csak kiegészítésre szorulnának.

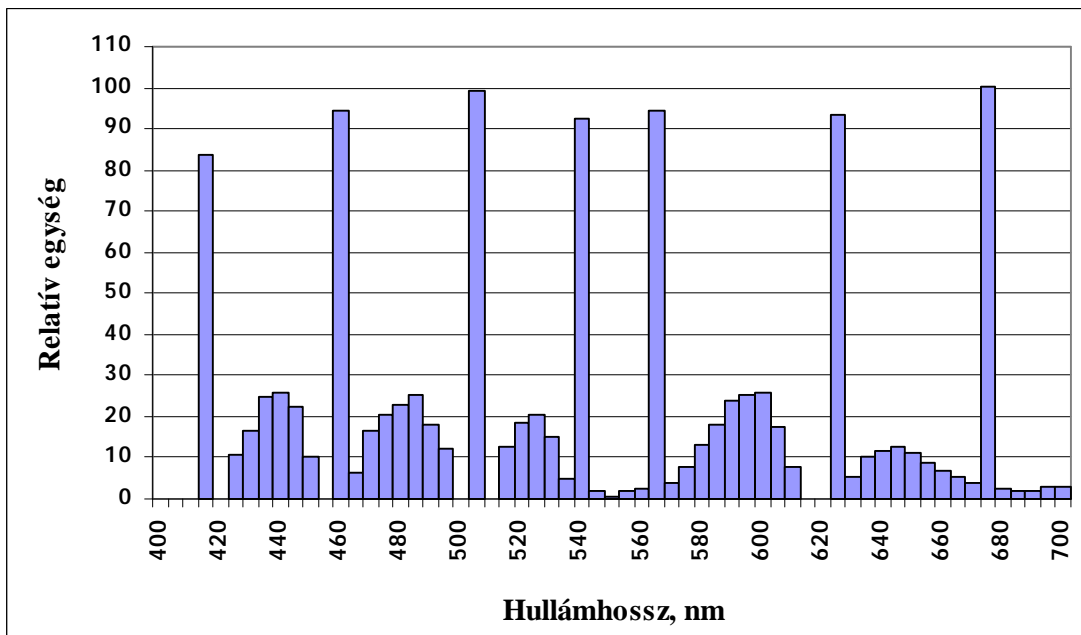
A fenti probléma vizsgálatánál az eredeti ötöt kiegészítve összesen huszonegy metamer párt használtam fel. Tizenhat metamer párt úgy állítottam elő, hogy a gradiens módszerrel [30] megfelelően „sima” spektrális visszaverési tényezőket generáltam a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] tizenhat, tehát szinte valamennyi színes mintájához [CD_3]. Az (5.1)-ből, (5.3)-ból és (5.2)-nek a 21 metamer párra módosított változatából álló egyenlőtlenérendszer numerikus megoldása során számos eloszláshoz jutottam, melyekre a 21 metamer pár $\Delta E_{ab,10}^*$ átlagos színíngerkülönbsége kisebb, mint 0,25. Egyiküket az 5-11. ábra mutatja. Ennél az eloszlásnál a 21 metamer párra kiszámított színíngerkülönbségek között $\Delta E_{ab,10,\max}^* = 0,54$ a legnagyobb [CD_3].

Ezek után, szintén a gradiens módszert felhasználva [30], a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] három taláalomra kiválasztott mintájához (lásd 5-12. ábra) egy-egy olyan spektrális visszaverési tényezőt generáltam, amely a D65 esetén a kiválasztott minta metamer párja. Feltételként azt írtam elő, hogy az 5-11. ábrán bemutatott 5. elméleti szimulátor esetén mindhárom pár mintái között viszonylag nagy színíngerkülönbség mutatkozzon, miközben a generált spektrális visszaverési tényezők „simasága” ne szenvedjen csorbát. Az 5.2 alfejezetben leírtakhoz hasonlóan ismét kiszámítottam, mekkora színíngerkülönbségek adódnak a kiválasztott színminták és a hozzájuk generált metamer minták között az 5. elméleti szimulátor esetében [CD_3].

Az előbbieket szerint generált három metamer mintapár visszaverési tényezőit az 5-13. ábra, az 5-14. ábra és az 5-15. ábra mutatja. A színíngerkülönbségeket a megfelelő képaláírásoknál tüntettem fel. Látható, hogy a D65 5. elméleti szimulátorának esetében a három metamer párra számolt színíngerkülönbségek meglehetősen nagyok. Így hiába sorolható az 5. elméleti szimulátor 21 metamer párt felhasználva az A jósági osztályba, továbbra is mutathatók olyan esetek, mikor a D65 alatt közel azonos színíngerkülönösszetevőkkel vagy L^* , a^* , b^* koordinátákkal jellemezhető újabb metamer párok közötti színíngerkülönbség alapján a sugárforrás korántsem tekinthető A osztályúnak.

Az előállított metamer minták spektrális visszaverési tényezőit tanulmányozva kijelenthetjük, hogy azok semmilyen értelemben nem tekinthetők extrémnek, akár a gyakorlatban is előfordulhatnak.

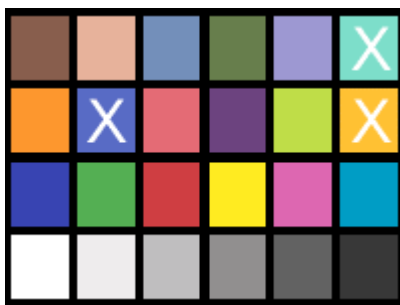
A D65 5. elméleti szimulátora spektrális teljesítményeloszlásának szemrevételezéses vizsgálatánál újfent megállapíthatjuk, hogy a vizsgált eloszlás továbbra is nagyon távol esik a D65-től.



5-11. ábra.

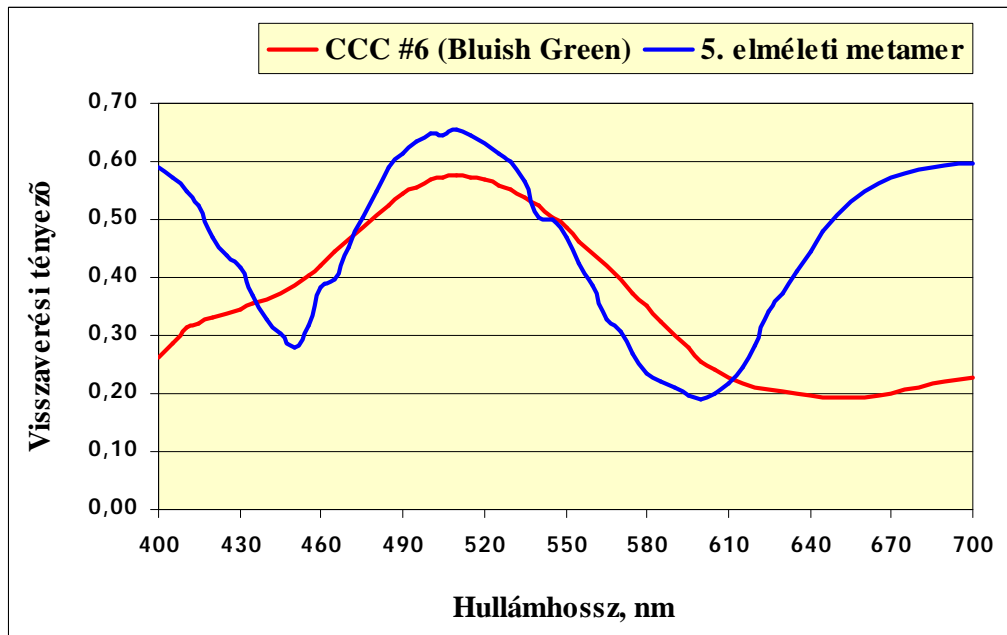
A D65 5. elméleti szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása

$$u'_{10} = 0,1977 ; v'_{10} = 0,4696 ; \Delta E^*_{ab,10} = 0,19 .$$



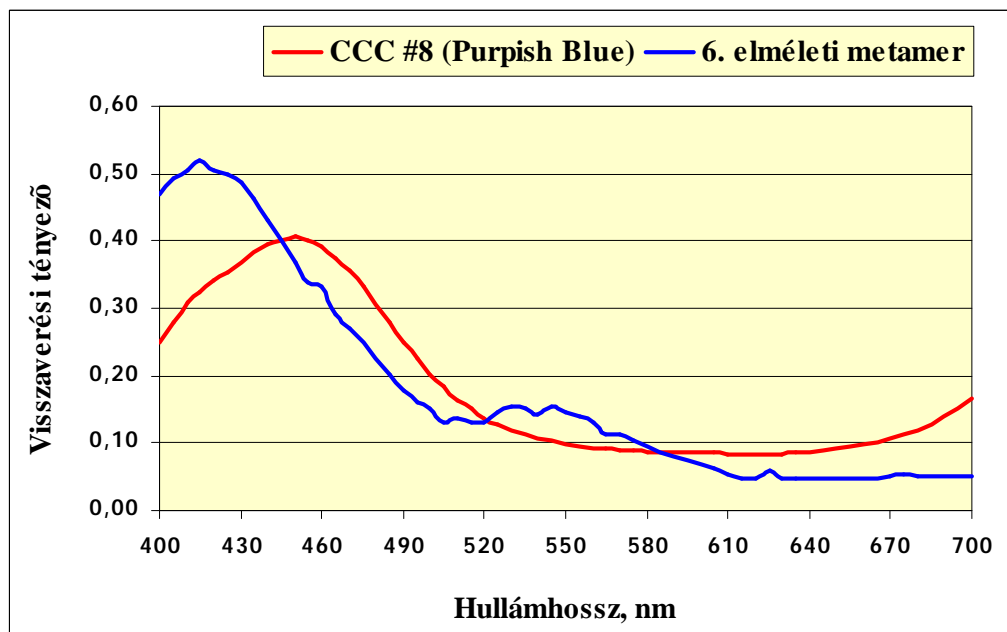
5-12. ábra.

A képre rajzolt fehér keresztek a Macbeth ColorCheckerTM Chart azon három mintáját jelzik, melyeket a hozzájuk előállított elméleti metamer párokkal egyetemben a D65 5. elméleti szimulátorának vizsgálatához használtam fel



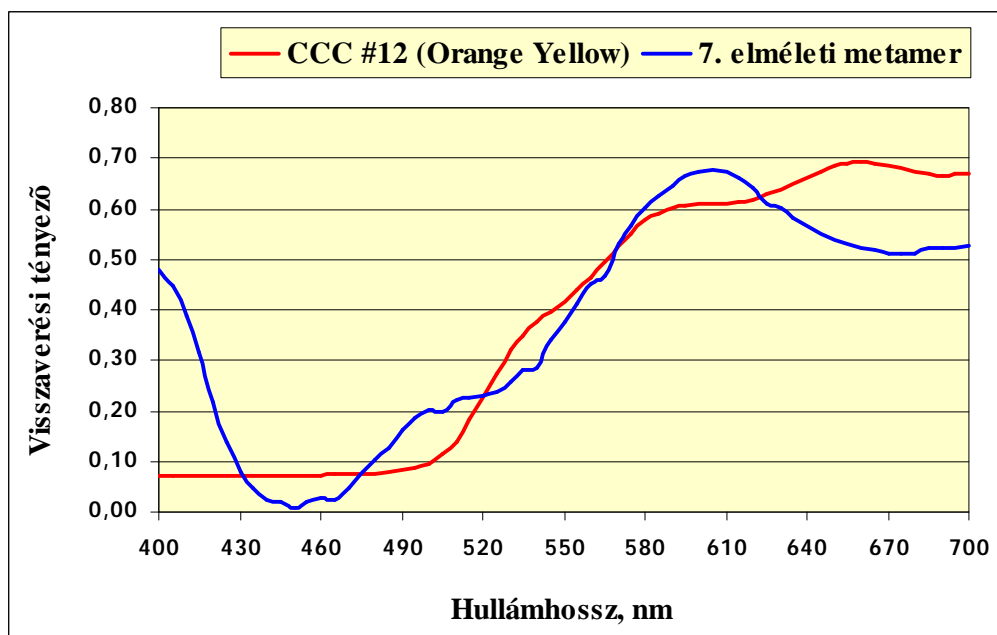
5-13. ábra.

Az 5. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart kékeszöld (Bluish Green) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer minta spektrális visszaverési tényezője. D65-tel $\Delta E_{ab,10}^* = 0,02$; a D65 5. elméleti szimulátorával $\Delta E_{ab,10}^* = 2,56$



5-14. ábra.

A 6. metamer pár, azaz a Macbeth ColorCheckerTM Chart bíborkék (Purpish Blue) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer minta spektrális visszaverési tényezője. D65-tel $\Delta E_{ab,10}^* = 0,03$; a D65 5. elméleti szimulátorával $\Delta E_{ab,10}^* = 2,53$



5-15. ábra.

A 7. metamer pár, azaz a Macbeth ColorChecker™ Chart narancsos sárga (Orange Yellow) színmintájának és a hozzá előállított elméleti metamer minta spektrális visszaverési tényezője. D65-tel $\Delta E_{ab,10}^* = 0,01$; a D65 5. elméleti szimulátorával $\Delta E_{ab,10}^* = 2,65$

Az alfejezetben bemutatott példa jelzi, hogy a **CIE 51 publikáció** minősítési módszerében [4] felhasznált **metamer párok** [9] számának növelése **nem javítja a módszer hatékonyságát ill. megbízhatóságát.**

5.5 A nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának meghatározására alkalmas függvények

Az előző alfejezetben bemutatott példa kapcsán láthattuk, hogy a metamer párok számának növelése nem javítja a CIE 51 publikáció minősítési eljárásának [4] megbízhatóságát még akkor sem, ha az eredeti öt helyett húsz körüli metamer párt használunk.

Kézenfekvőnek tűnt azt a problémát megvizsgálnom, hogy kidolgozható-e olyan minősítési módszer, amely egyáltalán nem igényel metamer párokat, mégis az eredeti módszernél megbízhatóbb módon osztályozza a nappali sugárzáseloszlások szimulátorait.

Ebben a fejezetben három függvényt vezetek be és vizsgálom meg, amelyek alkalmasak a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának kifejezésére.

5.5.1 Jelölések

Jelöljük a CIE 1964 10°-os színingermérő észlelő [27] színingermegfeleltető függvényeit az \bar{x}_{10} , \bar{y}_{10} és \bar{z}_{10} szimbólumokkal. Jelöljük a kiválasztott nappali sugárzáseloszlást a D , a helyettesítésére szánt szimulátor spektrális teljesítményeloszlását pedig az S szimbólummal

(nem vonalas színeképeket feltételezve D és S függvények, tehát ekkor $D, S \in \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$). Ezen eloszlások $\Lambda \subset \mathbf{R}$ értelmezési tartományát szűkítsük le a nappali sugárzáseloszlások látható színeképtartományban vizsgált szimulátorainak értelmezési tartományára. (A CIE 51 publikáció esetében $\Lambda = [400, 700]$ [9]). Válasszuk a Λ intervallumot a nappali sugárzáseloszlások és szimulátoraik mellett elméletben vizsgálni kívánt valamennyi színminta spektrális visszaverési tényezője értelmezési tartományának is. A 3.3 alfejezetben leírtak értelmében válasszunk a fent bevezetett valamennyi függvényhez tartozó hullámhossz-lépésköznek egy olyan $\Delta I \in \mathbf{R}$ értéket, ami megfelel a 3.3 definíciónak. (A CIE 51 publikáció esetében $\Delta I = 5$ [9].) Így megkapjuk az említett függvények közös értelmezési tartományához és a ΔI lépésközhez tartozó $\Lambda(\Delta I)$ mintavételi alaphalmazt is, melynek elemszámát jelöljük n -nel. (A CIE 51 publikáció esetében $\Lambda(\Delta I) = \{400, 405, \dots, 695, 700\}$ és $n = 61$ [9].)

Ily módon a nappali sugárzáseloszlás szimulátorainak jóságát kifejező függvények levezetéséhez szükséges valamennyi eloszlás, színingermegfeleltető függvény ill. spektrális visszaverési tényező mintavételezett változatát \mathbf{R}^n -beli vektorként kezelhetjük, tehát $S, D, \bar{x}_{10}, \bar{y}_{10}, \bar{z}_{10} \in \mathbf{R}^n$.

A levezetésekben használni fogok még két színmintát, melyek D mellett metamerek, S mellett viszont általában nem. Jelöljük e két színminta spektrális visszaverési tényezőjét a \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 szimbólumokkal. A fentieknek megfelelően $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbf{R}^n$ és $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$.

5.5.2 A K_1 függvény

Tegyük fel, hogy D és S színességi koordinátái a kívánt közelségben vannak egymáshoz. Tegyük fel továbbá, hogy a \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 spektrális visszaverési tényezőkkel jellemzett színminták metamerek D mellett, és $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$.

Jelölje X_{D, \mathbf{r}_1} , Y_{D, \mathbf{r}_1} és Z_{D, \mathbf{r}_1} a D spektrális teljesítményeloszlású sugárzás által megvilágított, \mathbf{r}_1 spektrális visszaverési tényezővel jellemezhető színminta színingerösszetevőit. Hasonló módon jelöljük a megfelelő színingerösszetevőket az S eloszlás ill. a \mathbf{r}_2 spektrális visszaverési tényező esetében is.

Jelölje X_D , Y_D , Z_D ill. X_S , Y_S , Z_S a D ill. S spektrális teljesítményeloszlás színingerösszetevőit.

A \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 spektrális visszaverési tényezőkkel jellemzett színminták metamer mivolta a D eloszlás mellett matematikailag a következő egyenlőségeket jelenti:

$$X_{D, \mathbf{r}_1} = X_{D, \mathbf{r}_2}, \quad Y_{D, \mathbf{r}_1} = Y_{D, \mathbf{r}_2}, \quad Z_{D, \mathbf{r}_1} = Z_{D, \mathbf{r}_2}, \quad (5.4)$$

ahol a színingermetrikában szokásos normalizációt alkalmazva az $X_{D, \mathbf{r}_1} = X_{D, \mathbf{r}_2}$ egyenlőség az alábbi módon írható:

$$X_{D, \mathbf{r}_1} = \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle \cdot \Delta I} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 \rangle \cdot \Delta I = \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle \cdot \Delta I} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_2 \rangle \cdot \Delta I = X_{D, \mathbf{r}_2}.$$

A skaláris szorzatok linearitását és a ΔI -val való egyszerűsítési lehetőséget felhasználva ebből következik, hogy

$$\begin{aligned} X_{D,r_1} - X_{D,r_2} &= \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 \rangle - \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_2 \rangle = \\ &= \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle = 0. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Azonos módon írható fel az (5.4)-ben szereplő másik két egyenlet is, így további két összefüggéshez jutunk:

$$\begin{aligned} Y_{D,r_1} - Y_{D,r_2} &= \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{y}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle = 0, \\ Z_{D,r_1} - Z_{D,r_2} &= \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{z}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle = 0. \end{aligned}$$

Hasonló egyenletek írhatók fel az S eloszlás esetében is, csak a színingerösszetevők különbsége általános esetben nem lesz egyenlő nullával.

Egy olyan függvény megalkotásához, amely megbízható módon fejezi ki a nappali sugárzáseloszlás szimulátorainak jóságát, célszerűnek látszik felső becslést adni az S spektrális teljesítményeloszlású sugárforrással megvilágított metamer pár színingerösszetevőinek különbségeire, azaz olyan $P \in \mathbf{R}$ értéket keresünk, melyre igaz, hogy

$$\sqrt{(X_{S,r_1} - X_{S,r_2})^2 + (Y_{S,r_1} - Y_{S,r_2})^2 + (Z_{S,r_1} - Z_{S,r_2})^2} \leq P.$$

Azt, hogy a P érték minek a függvénye, a levezetés során fogom megmutatni.

A becslés levezetéséhez először az $|X_{S,r_1} - X_{S,r_2}|$ kifejezést vizsgálom. Az (5.4) egyenletből adódik, hogy

$$|X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| = |(X_{S,r_1} - X_{S,r_2}) - (X_{D,r_1} - X_{D,r_2})|.$$

Az (5.5) egyenletből következően

$$\begin{aligned} |X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| &= |(X_{S,r_1} - X_{S,r_2}) - (X_{D,r_1} - X_{D,r_2})| = \\ &= \left| \frac{100}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle S \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle - \frac{100}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \cdot \langle D \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle \right| = \\ &= 100 \cdot \left| \left\langle \frac{S \cdot \bar{x}_{10}}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle - \left\langle \frac{D \cdot \bar{x}_{10}}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right| = \\ &= 100 \cdot \left| \left\langle \frac{S \cdot \bar{x}_{10}}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D \cdot \bar{x}_{10}}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right| = \end{aligned}$$

$$= 100 \cdot \left| \left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right|.$$

Alkalmazzuk a Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenséget [31] az előbbi egyenlet sor utolsó skaláris szorzatára:

$$\begin{aligned} |X_{S, \mathbf{r}_1} - X_{S, \mathbf{r}_2}| &= 100 \cdot \left| \left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right| \leq \\ &\leq 100 \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10} \right\| \cdot \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Ezek után célszerű becslést adni $\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|$ -ra is.

Mivel \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 színminták spektrális visszaverési tényezőjéből képzett \mathbf{R}^n -beli vektorok, nyilvánvalóan $0 \leq \mathbf{r}_{1,i} \leq 1$ és $0 \leq \mathbf{r}_{2,i} \leq 1$, ahol $i = 1, \dots, n$. Így fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\| = \sqrt{\langle \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i})^2} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^n 1} = \sqrt{n}.$$

Ezt felhasználva az (5.6) becslés a következőképpen folytatható tovább:

$$\begin{aligned} |X_{S, \mathbf{r}_1} - X_{S, \mathbf{r}_2}| &\leq 100 \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10} \right\| \cdot \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\| \leq \\ &\leq 100 \cdot \sqrt{n} \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10} \right\|. \end{aligned}$$

Összegezve ezen szakasz lépéseit, a \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 spektrális visszaverési tényezőkkel jellemzett színminták színingerösszetevőinek különbségére az S spektrális teljesítmény-eloszlás esetén a következő becsléseket kapjuk:

$$\begin{aligned}
|X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \sqrt{n} \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10} \right\|, \\
|Y_{S,r_1} - Y_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \sqrt{n} \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{y}_{10} \right\|, \\
|Z_{S,r_1} - Z_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \sqrt{n} \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{z}_{10} \right\|.
\end{aligned}
\tag{5.7}$$

Ez az egyenlőtlenséghármast tartalmaz, melyeket bizonyos konstansokkal szorzunk. A 100-as szorzó szerepe lényegtelennek tekinthető akkor, ha a fenti összefüggéseket nem becslésként óhajtjuk felhasználni, hanem belőlük olyan függvényt kívánunk konstruálni, amely által szolgáltatott jósági értékek a nappali sugárzáseloszlások különböző szimulátorainak esetében jól korrelálnak azon mintapárok között jelentkező színingerkülönbségekkel, melyek a helyettesíteni kívánt nappali sugárzáseloszlás mellett metamerek. A levezetés során használt függvények és eloszlások rögzített értelmezési tartománya esetén a \sqrt{n} szorzó a különböző ΔI mintavételi lépésközök esetében eltérő skaláris szorzatok okozta különbségeket kompenzálja. Ezzel kapcsolatos vizsgálatokat az 5.5.6 szakasz tartalmaz.

Az (5.7) egyenlőtlenséghármast felhasználva a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező függvény alkotható, melyet K_1 -nek neveztem el:

$$K_1 \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R};$$

$$\begin{aligned}
K_1(D, S) = \sqrt{n} \cdot \left(\left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10} \right\|^2 + \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{y}_{10} \right\|^2 + \right. \\
\left. + \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{z}_{10} \right\|^2 \right)^{\frac{1}{2}},
\end{aligned}$$

$$\text{ahol } D, S \in \mathbf{R}^n.$$

(5.8)

A számítógépes alkalmazási lehetőségeket szem előtt tartva a K_1 függvény képlete az egyszerűbb kiszámíthatóság érdekében a következőképpen alakítható át:

$$K_1(D, S) = \sqrt{n} \cdot \sqrt{\left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right)^2, \bar{x}_{10}^2 + \bar{y}_{10}^2 + \bar{z}_{10}^2 \right\rangle}.$$

5.5.3 A K_2 függvény

A K_1 függvény csekély módosításával egy másik, a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező függvényhez juthatunk.

Írjuk fel újra az előző alfejezetben szereplő (5.6) egyenlőtlenség bal oldalát, de a becslés felírása előtt az \bar{x}_{10} , \bar{y}_{10} és \bar{z}_{10} függvények nemnegatív tulajdonságát kihasználva végezzünk el egy apróbb módosítást a következők szerint:

$$\begin{aligned}
 |X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| &= 100 \cdot \left| \left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right| = \\
 &= 100 \cdot \left| \left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}}, (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}} \right\rangle \right| \leq \\
 &\leq 100 \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}} \right\| \cdot \|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}}\|.
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Az $\|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}}\|$ kifejezésre a következő becslés adható:

$$\begin{aligned}
 \|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}}\| &= \sqrt{\langle (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}}, (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}} \rangle} = \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^n ((\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i}) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10,i}})^2} = \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i})^2 \cdot \bar{x}_{10,i}} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{x}_{10,i}}.
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

A fentiek alapján (5.9) végleges alakja:

$$|X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| \leq 100 \cdot \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{x}_{10,i}} \right) \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}} \right\|.$$

Hasonló megfontolások szerint:

$$\begin{aligned}
 |Y_{S,r_1} - Y_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{10,i}} \right) \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{y}_{10}} \right\|, \\
 |Z_{S,r_1} - Z_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{z}_{10,i}} \right) \cdot \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{z}_{10}} \right\|.
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Amikor a *CIE 1931 RGB színingerteret* egy lineáris leképezés segítségével a *CIE 1931 XYZ színingertérnek* elnevezett térbe transzformálták, az \bar{r} , \bar{g} és \bar{b} színingermegfeleltető függvények transzformációja nyomán előálló \bar{x} , \bar{y} , $\bar{z} \in [360, 830] \rightarrow \mathbf{R}$ típusú függvényekre a nemnegatív értékekből álló értékészleten kívül azt a feltételt is előírták, hogy az ekvivalens, azaz konstans spektrális teljesítményeloszlású sugárzók esetében az X , Y és Z színingerösszetevőknek meg kell egyezniük [32]. Ez matematikailag a következő egyenlőség-hármaszt jelenti:

$$\int_{360}^{830} \bar{x} = \int_{360}^{830} \bar{y} = \int_{360}^{830} \bar{z}.$$

Később, mikor a *CIE 1964 10°-os színingermérő észlelő* [27] színingermegfeleltető függvényeit bevezették, analóg feltételeket szabtak:

$$\int_{360}^{830} \bar{x}_{10} = \int_{360}^{830} \bar{y}_{10} = \int_{360}^{830} \bar{z}_{10}.$$

Az (5.11) egyenlőségekben szereplő szorzótényezőket tanulmányozva az előző összefüggés alapján nyilvánvaló, hogy

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{x}_{10,i}} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{10,i}} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{z}_{10,i}},$$

(5.12)

ahol a „ \approx ” szimbólummal azt kívánom kifejezni, hogy a négyzetgyökök alatt álló összegek csupán igen kis mértékben térnek el egymástól. Az esetleges eltérések a függvények különböző lépésközzel történő mintavételezéséből, és teljes értelmezési tartományuk alkalmazásuktól függő leszűkítéséből származhatnak⁸.

Az összegeknek az elméleti megfontolásokból következően azonosaknak kell lenniük, és a gyakorlati számítások során legtöbbször használt mintavételi alaphalmazok esetében is csupán legfeljebb 0,06 % körüli eltérés mutatkozik közöttük. Ezért az (5.11) egyenlőség-

hármasból kiemelt és az (5.12)-ben felírt szorzótényezőket mindegyike helyett a $\sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{10,i}}$ kifejezést használom. Ha az egyenlőség-hármaszt a nappali sugárzáseloszlás szimulátorainak jóságát kifejező függvény konstruálására óhajtjuk felhasználni, akkor a 100-as szorzótényező szerepe az 5.5.2 szakaszban leírtakkal azonos értelemben itt is lényegtelennek tekinthető.

A fentiek alapján (5.11) szerint a következő K_2 függvény is alkalmas a nappali sugárzáseloszlás szimulátorok jóságának kifejezésére:

⁸ A CIE 51 publikáció minősítési módszerében [4] is használt mintavételezett függvényekhez és eloszlásokhoz tartozó $\Lambda(\Delta I) = \{400, 405, \dots, 695, 700\}$ mintavételi alaphalmaz esetén az (5.12) egyenlőség-hármasban a gyökök alatt szereplő összegek rendre a 23,297 5; 23,323 0 és 23,287 9 értékeket adják [CD_4].

$$K_2 \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R};$$

$$K_2(D, S) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{y}_{10,i}} \cdot \left(\left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{x}_{10}} \right\|^2 + \right. \\ \left. + \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{y}_{10}} \right\|^2 + \left\| \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \sqrt{\bar{z}_{10}} \right\|^2 \right)^{\frac{1}{2}},$$

ahol $D, S \in \mathbf{R}^n$.

(5.13)

A számítógépes alkalmazási lehetőségeket szem előtt tartva a K_2 függvény képlete az egyszerűbb kiszámíthatóság érdekében a következőképpen alakítható át:

$$K_2(D, S) = \sqrt{\langle \bar{y}_{10}, 1_n \rangle} \cdot \sqrt{\left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right)^2, \bar{x}_{10} + \bar{y}_{10} + \bar{z}_{10} \right\rangle}.$$

(5.14)

A K_2 függvény erősen hasonlít az (5.8)-nál definiált K_1 függvényre. A különbség csupán annyi, hogy amikor a K_2 függvény képletében szereplő vektornormák négyzeteit számoljuk, akkor a skaláris szorzatokat jelentő összegzésekben súlyvektorként pontosan a színingermegefeleltető függvények mintavételezett változatai szereplenek ellentétben a K_1 függvénnyel, ahol súlyvektorként a színingermegefeleltető függvények mintavételezett változatainak négyzeteit alkalmazzuk.

5.5.4 A K_3 függvény

A K_3 függvény levezetése merőben eltér az előző két függvényétől, ugyanis ennél nem a skaláris szorzatos vektorterekben gyakran alkalmazott Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenséget [31], hanem más jellegű becslést használok fel.

Írjuk fel ismételtén az 5.5.2 szakasz (5.6) egyenlőtlenségének bal oldalát, és folytassuk a becslést az előzőekben tárgyaltaktól eltérő módon:

$$\left| X_{S, \mathbf{r}_1} - X_{S, \mathbf{r}_2} \right| = 100 \cdot \left| \left\langle \left(\frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10}, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \right\rangle \right| = \\ = 100 \cdot \left| \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{S_i}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D_i}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10,i} \cdot (\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i}) \right) \right| \leq$$

$$\begin{aligned}
&\leq 100 \cdot \sum_{i=1}^n \left| \left(\frac{S_i}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D_i}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right) \cdot \bar{x}_{10,i} \cdot (\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i}) \right| = \\
&= 100 \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{S_i}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D_i}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right| \cdot \bar{x}_{10,i} \cdot |\mathbf{r}_{1,i} - \mathbf{r}_{2,i}| \leq \\
&= 100 \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{S_i}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D_i}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right| \cdot \bar{x}_{10,i} = 100 \cdot \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{x}_{10} \right\rangle.
\end{aligned}$$

Hasonló becslés adható a másik két színingerösszetevő különbségének abszolútértékére is, így végül a következő összefüggésekhez jutunk:

$$\begin{aligned}
|X_{S,r_1} - X_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{x}_{10} \right\rangle, \\
|Y_{S,r_1} - Y_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{y}_{10} \right\rangle, \\
|Z_{S,r_1} - Z_{S,r_2}| &\leq 100 \cdot \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{z}_{10} \right\rangle.
\end{aligned}$$

Az egyenlőtlenségekben szereplő 100-as szorzótényező szerepe ugyanúgy mellékes, mint az előző két függvény esetében. Így a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező harmadik függvény a következőképpen definiálható:

$$K_3 \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R};$$

$$\begin{aligned}
K_3(D, S) = &\left(\left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{x}_{10} \right\rangle^2 + \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{y}_{10} \right\rangle^2 + \right. \\
&\left. + \left\langle \left| \frac{S}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle} - \frac{D}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle} \right|, \bar{z}_{10} \right\rangle^2 \right)^{\frac{1}{2}},
\end{aligned}$$

ahol $D, S \in \mathbf{R}^n$.

Látható, hogy az (5.13)-nál definiált K_2 függvényhez hasonlóan a fenti K_3 függvényben szereplő skaláris szorzatokban (tehát az abszolútértékes összegzésekben) is a színíngermegfeleltető függvények mintavételezett változatai szereplenek súlyvektorként.

5.5.5 A szimulátorok jóságát kifejező függvények lényegi tulajdonságai

Az 5.5.2-5.5.4 szakaszokban definiált K_1 , K_2 és K_3 függvények mindegyikére igaz, hogy előzetesen definiált metamer mintapárok nélkül, pusztán a kiválasztott nappali sugárzáseloszlás és a helyettesítésére szánt sugárforrás spektrális teljesítményeloszlása alapján fejezik

ki e két, az $\frac{1}{\langle S, \bar{y}_{10} \rangle}$ és $\frac{1}{\langle D, \bar{y}_{10} \rangle}$ tényezővel egymáshoz normált spektrális teljesítményeloszlás különbségét.

Azzal, hogy a három függvény kifejezéseiből bármiféle metamer pár használatát kiküszöböltem, azt értem el, hogy a függvények egy esetleges metamer pár mintáira vonatkozó színingerkülönbség szempontjából a legszélsőségesebb, azaz a lehető legnagyobb színingerkülönbséget adó esetre határozzák meg a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát.

5.5.6 A szimulátorok jóságának számítása különböző mintavételezési lépésközök esetén

Ebben a fejezetben néhány példán mutatom be, mire számíthatunk, ha a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának meghatározásához szükséges eloszlások és függvények rögzített értelmezési tartománya esetén különböző ΔI mintavételezési lépésközhöz tartozó adatsoraink vannak, és ezek alapján kell a jóságot kifejező értékeket kiszámítanunk.

A vizsgálatban az eloszlások és függvények értelmezési tartományát a CIE 51 publikációval összhangban $\Lambda = [400, 700]$ -nak választottam [9]. Mintavételi lépésközként a $\Delta I_1 = 5$, $\Delta I_2 = 2$ és $\Delta I_3 = 1$ értékeket használtam. Így az eloszlások és függvények vektoriális alakjához tartozó mintavételi alaphalmazok:

$$\Lambda(\Delta I_1) = \{400, 405, 410, \dots, 695, 700\}, \quad \text{elemszám: } n_1 = 61,$$

$$\Lambda(\Delta I_2) = \{400, 402, 404, \dots, 698, 700\}, \quad \text{elemszám: } n_2 = 151,$$

$$\Lambda(\Delta I_3) = \{401, 402, 403, \dots, 699, 700\}, \quad \text{elemszám: } n_3 = 301.$$

A vizsgálat során hat olyan spektrális teljesítményeloszlást használtam, melyek a látható színképtartományban a CIE 51 publikáció minősítési eljárása [4] szerint valamennyien a D65 A osztályú szimulátorai. Az eloszlásokat 5 nm-es lépésközt képviselő adatsorok formájában állítottam elő. Ezekből az adatsorokból Lagrange-interpolációs módszerrel [22] határoztam meg a 2 nm-es ill. 1 nm-es lépésközhöz tartozó adatsorokat.

A K_1 , K_2 és K_3 függvények által szolgáltatott értékeket a kényelemesebben kezelhető szám adatok és az összehasonlíthatóság érdekében egy-egy konstanssal szoroztam meg, így ezen szakasz kiértékeléseiben a következő értékek szereplenek: $10 \cdot K_1$, $16 \cdot K_2$ és $24 \cdot K_3$. A K_1 függvény 10-es szorzótényezőjének csupán az a szerepe, mint a detektorok spektrális illesztésének jóságát kifejező f'_1 függvény [33] százalékos kifejezésének. Az emberek ugyanis könnyebben emlékeznek például egy 1,62-es értékre, mint 0,016 2-re. A másik két függvény szorzótényezőjének két olyan, G és H természetes számot választottam, melyekre a következő összefüggés teljesül: az általam elméletben konstruált és elemzett ötven darab szimulátor spektrális teljesítményeloszlására (lásd 5.5.7 szakasz) a $10 \cdot K_1$, $G \cdot K_2$ és $H \cdot K_3$ értékeket az egyes függvényeknél külön-külön összeadva egymástól legkevésbé eltérő értékeket kapunk. Így lett $G = 16$ és $H = 24$.

A fent említett hat elméleti spektrális teljesítményeloszlás 5 nm, 2 nm és 1 nm lépésközű adatsoraihoz tartozó $10 \cdot K_1$, $16 \cdot K_2$ és $24 \cdot K_3$ értékeket az 5-II. táblázat, 5-III. táblázat és 5-IV. táblázat foglalja össze [CD_5]. Látható, hogy az 1 nm-es ill. 2 nm-es

lépésköz esetében számított értékek között meglehetősen kicsi a különbség, míg ehhez képest 5 nm-es lépésköz esetén nagyobb különbségek adódnak az előző két lépésközhöz tartozó értéksor bármelyikével összehasonlítva.

A fellépő különbségek a különböző mintavételi lépésközök számlájára írhatók. Ettől a hatástól eltekintve a K_1 , K_2 és K_3 függvények különböző mintavételi lépésközökhöz számított értékei konzisztensnek mondhatók. Ez nagy előnyt jelent a CIE 51 publikáció minősítési eljárásának [4] azon követelményeivel szemben, hogy a vizsgált nappali sugárzáseloszlások és tesztelő sugárforrások spektrális teljesítményeloszlása kizárólag 5 nm lépésközű lehet, hiszen a K_1 , K_2 és K_3 függvények bármely mintavételi lépésköz esetén használhatók a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jóságának meghatározására.

5-II. táblázat

A $10 \cdot K_1$ függvény által szolgáltatott értékek hat elméleti spektrális teljesítményeloszlás vizsgálatánál.

A $10 \cdot K_1$ függvény értékei különböző lépésközök esetén			
Eloszlás	$DI_1 = 5 \text{ nm}$	$DI_2 = 2 \text{ nm}$	$DI_3 = 1 \text{ nm}$
1.	3,82	3,78	3,77
2.	1,60	1,56	1,56
3.	10,78	10,01	10,00
4.	5,01	4,81	4,80
5.	6,53	6,30	6,29
6.	8,50	8,09	8,07

5-III. táblázat

A $16 \cdot K_2$ függvény által szolgáltatott értékek hat elméleti spektrális teljesítményeloszlás vizsgálatánál.

A $16 \cdot K_2$ függvény értékei különböző lépésközök esetén			
Eloszlás	$DI_1 = 5 \text{ nm}$	$DI_2 = 2 \text{ nm}$	$DI_3 = 1 \text{ nm}$
1.	3,96	3,93	3,92
2.	1,47	1,44	1,44
3.	11,78	10,99	10,98
4.	5,39	5,18	5,18
5.	6,29	6,05	6,05
6.	7,60	7,27	7,27

5-IV. táblázat

A $24 \cdot K_3$ függvény által szolgáltatott értékek hat elméleti spektrális teljesítményeloszlás vizsgálatánál.

A $24 \cdot K_3$ függvény értékei különböző lépésközök esetén			
Eloszlás	$DI_1 = 5 \text{ nm}$	$DI_2 = 2 \text{ nm}$	$DI_3 = 1 \text{ nm}$
1.	3,82	3,78	3,77
2.	1,60	1,56	1,56
3.	10,78	10,01	10,00
4.	5,01	4,81	4,80
5.	6,53	6,30	6,29
6.	8,50	8,09	8,07

5.5.7 A K_1 , K_2 és K_3 függvény összehasonlítása és használhatóságuk elemzése

A következő elméleti vizsgálatban 50 olyan spektrális teljesítményeloszlást állítottam elő [CD_4], melyek mindegyike a látható színek tartományban a CIE 51 publikáció minősítési eljárása [4] szerint a D65 nappali sugárzáseloszlás A osztályú szimulátorához tartozó spektrális teljesítményeloszlásnak tekinthető. Ezeket a tesztelő eloszlásokat a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező függvények összehasonlító elemzéséhez használtam föl.

A CIE 51 publikáció követelményeivel összhangban a teljesítményeloszlások adatainak ΔI lépésköze 5 nm, a lépésközhez és az eloszlások $\Lambda = [400, 700]$ értelmezési tartományához tartozó mintavételezési halmaz pedig $\Lambda(\Delta I) = \{400, 405, \dots, 695, 700\}$ [9].

A számítások elvégzéséhez egy konstans 0,5 spektrális visszaverési tényezőjű „szürke mintát” választottam. Az 50 tesztelő eloszlás mindegyikéhez egyenként meghatároztam egy olyan spektrális visszaverési tényezőt, melynek a következő két feltételt kellett teljesítenie:

1. Az előállítandó spektrális visszaverési tényező a D65 esetében a 0,5 visszaverési tényezőjű „szürke minta” metamer párja legyen, azaz közel azonos⁹ színíngerösszetevőkkel vagy L_{10}^* , a_{10}^* , b_{10}^* CIELAB koordinátákkal legyen jellemezhető.
2. Az előállítandó spektrális visszaverési tényező és a „szürke minta” közötti színíngerkülönbség az adott tesztelő eloszlás esetében *a lehető legnagyobb* legyen.

Az 50 tesztelő eloszláshoz, a „szürke minta” esetére ily módon meghatározott metamerek *extrém*nek tekinthetők abban az értelemben, hogy a valóságban nagy valószínűség szerint sohasem fordulnak elő. Ez a spektrális visszaverési tényezőiket tanulmányozva azonnal nyilvánvalóvá válik. Egy ilyen *extrém metamert* mutat be az 5-16. ábra. Az extrém

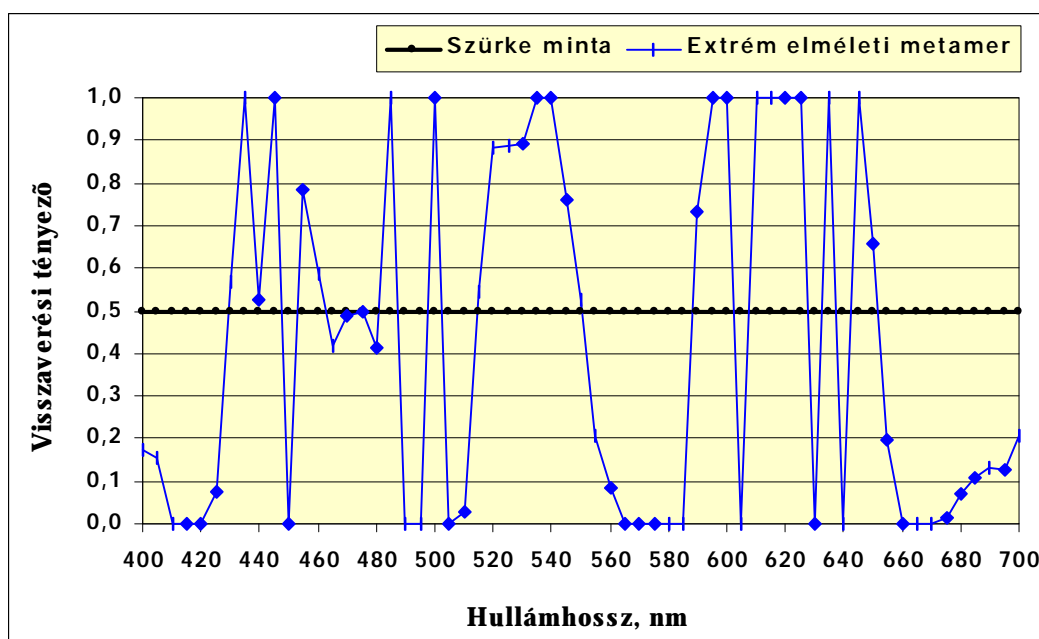
⁹ Az extrém metamerek előállításánál a metaméria fogalmához tartozó feltételként azt írtam elő, hogy a generálandó extrém metamer és a „szürke minta” közötti CIELAB színíngerkülönbség a D65 esetében teljesítse a $\Delta E_{ab,10}^* \leq 0,01$ feltételt.

metamereket is a gradiens módszer nevű numerikus eljárás [30] segítségével állítottam elő [CD_6].

Az 50 tesztelő eloszláshoz és a „szürke mintához” a fent leírt módon előállított extrém metamerek segítségével azt vizsgáltam, hogy milyen korreláció mutatkozik az 50 tesztelő eloszlás esetében a $10 \cdot K_1$, $16 \cdot K_2$ és $24 \cdot K_3$ függvények által kifejezett jósági értékek, és az extrém metamerek valamint a „szürke minta” közötti színíngerkülönbségek között [CD_4].

Az 50 tesztelő eloszlással végzett korrelációanalízist az 5-17. ábra, 5-19. ábra és 5-21. ábra illusztrálja. Az ábrákon 50 rombusz látható. Mindegyikük egy-egy tesztelő eloszláshoz tartozik. Egy adott rombusz elhelyezkedésének a vízszintes tengelyre vonatkozó vetülete mutatja, hogy mekkora jósági értéket rendel a használt függvény a rombusz által képviselt tesztelő eloszláshoz. A rombusz elhelyezkedésének függőleges tengelyre eső vetülete pedig az adott tesztelő eloszlás esetében előállított extrém metamer minta színíngerkülönbségét mutatja a „szürke mintához” képest. Az ábrák a ponthalmazokhoz meghatározott regressziós egyeneseket is feltüntetik.

A pontok koordinátáinak skalárral való szorzása (skalázása) a korrelációs együttható értékét nem befolyásolja, így kijelenthetem, hogy az 50 tesztelő eloszlás esetében a „szürke minta” és az extrém metamerek közötti legnagyobb $\Delta E_{ab,10}^*$ színíngerkülönbség és a K_1 , K_2 valamint K_3 függvények által szolgáltatott jósági értékek közötti korreláció rendre 97,06 %; 97,98 % és 97,72 %.



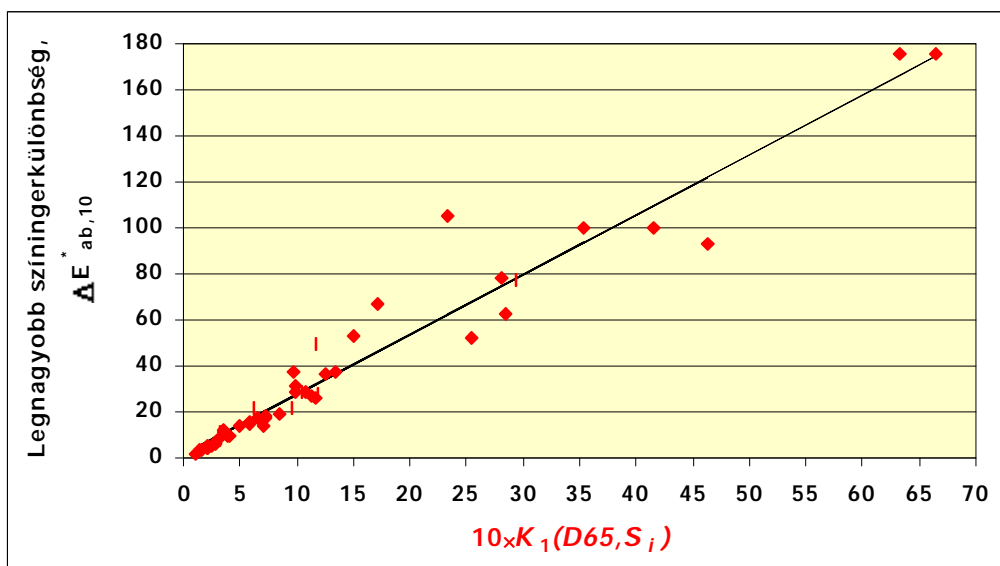
5-16. ábra.

A 13. elméleti tesztelő eloszlás esetében a szürke mintához előállított elméleti extrém metamer pár. D65 esetében a két minta színíngerkülönbsége $\Delta E_{ab,10}^* = 0,005$. A 13. tesztelő eloszlás esetében a minták színíngerkülönbsége $\Delta E_{ab,10}^* = 77,00$

Az 5-18. ábra, 5-20. ábra és 5-22. ábra azon tesztelő eloszlásokhoz tartozó korrelációanalízist illusztrálja, melyeknél a „szürke minta” és az extrém metamer minták közötti színíngerkülönbség megfelel a $\Delta E_{ab,10}^* \leq 30$ feltételnek [CD_4]. Esetünkben ez 33 tesztelő eloszlást jelent. A tesztelő eloszlások így leszűkített halmazán elvégzett korrelációanalízis eredményeként azt kaptam, hogy a „szürke minta” és az extrém metamer minták közötti legnagyobb $\Delta E_{ab,10}^*$ színíngerkülönbség és a K_1 , K_2 valamint K_3 függvények által szolgáltatott jósági értékek közötti korrelációs együttható rendre 96,98 %; 97,61 % és 97,96 %.

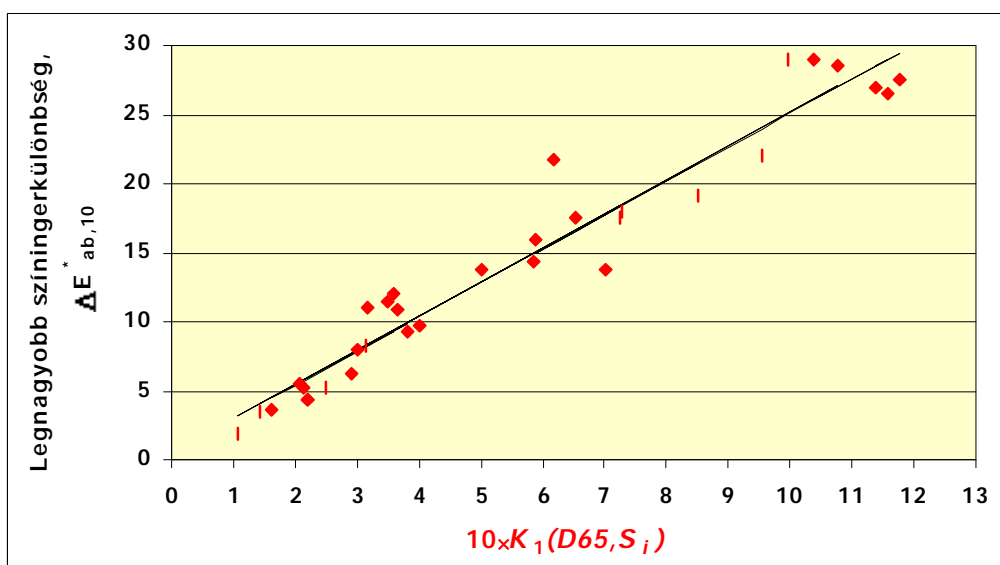
A két eset korrelációs együtthatói megnyugtatóan magas értékek. A három függvényhez tartozó korrelációs együtthatók között lényegi különbség egyik esetben sem mutatható ki.

Az extrém metamerekkel történt vizsgálat alátámasztotta azt a feltételezést, hogy a K_1 , K_2 és K_3 függvények megbízhatóan fejezik ki a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát, ha vizsgálatainkat a legszélsőségesebb, azaz a legnagyobb színíngerkülönbségeket adó esetekre élezzük ki.



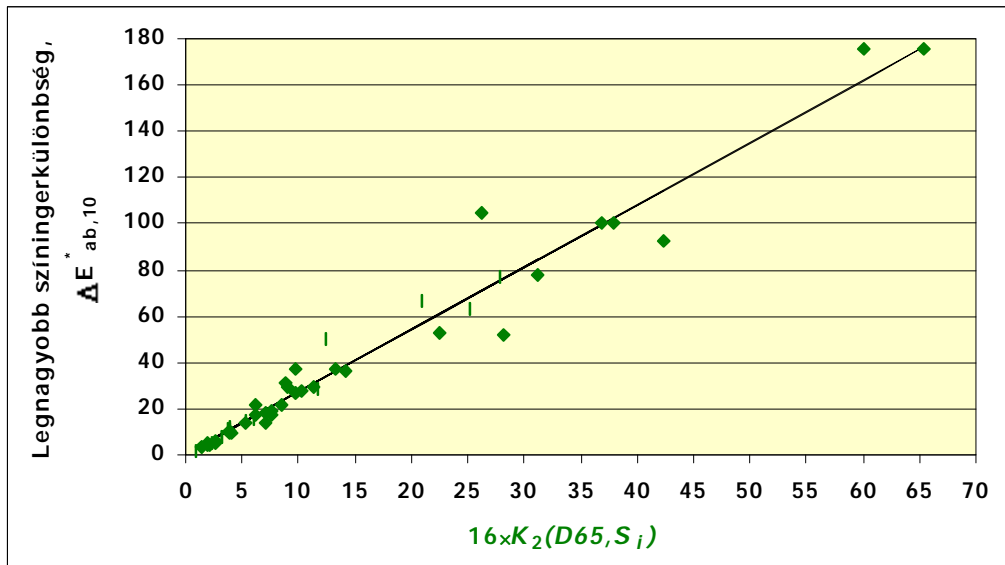
5-17. ábra.

Az 50 elméleti tesztelő eloszláshoz (S_i , $i = 1, \dots, 50$) tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $10 \cdot K_1(D65, S_i)$ értékek függvényében. Az 50 pont közötti korreláció 97,06 %



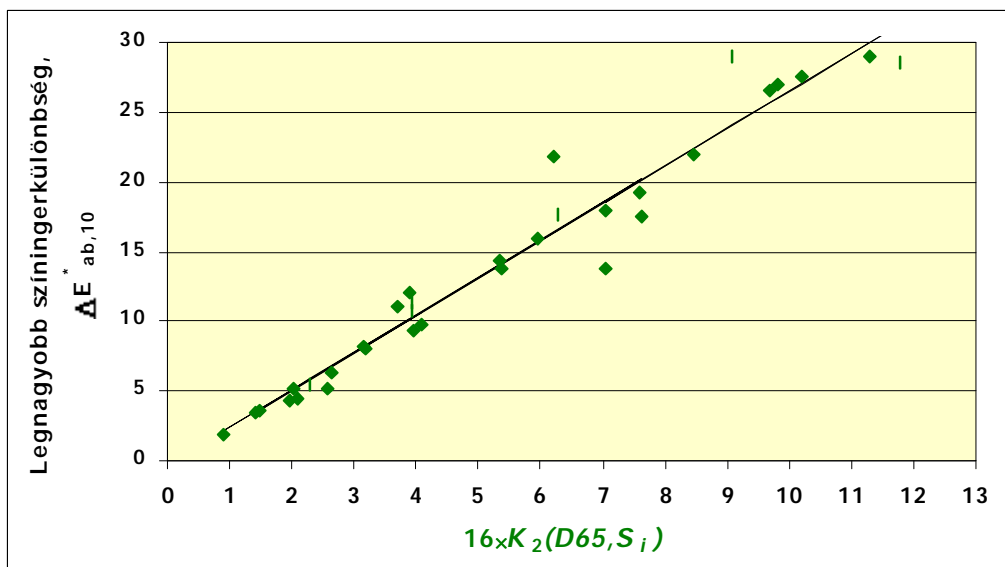
5-18. ábra.

A „szürke minta” és az elméleti extrém metamerek színíngerkülönbségeire vonatkozó $\Delta E^*_{ab,10} \leq 30$ feltételt kielégítő tesztelő eloszlásokhoz tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $10 \cdot K_1(D65, S_i)$ értékek függvényében. A 33 pont közötti korreláció 96,98 %



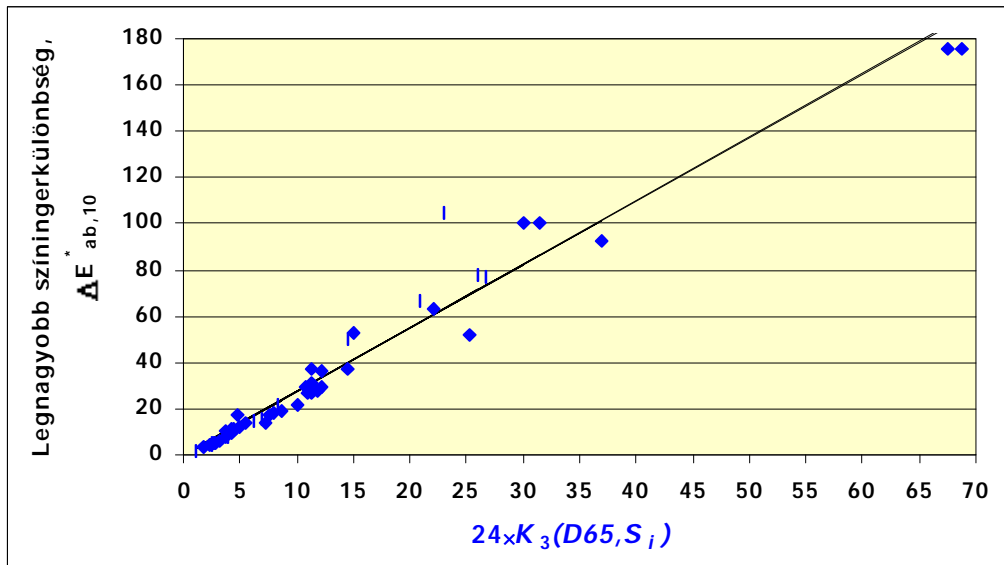
5-19. ábra.

Az 50 elméleti tesztelő eloszláshoz (S_i , $i = 1, \dots, 50$) tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $16 \cdot K_2(D65, S_i)$ értékek függvényében. Az 50 pont közötti korreláció 97,98 %



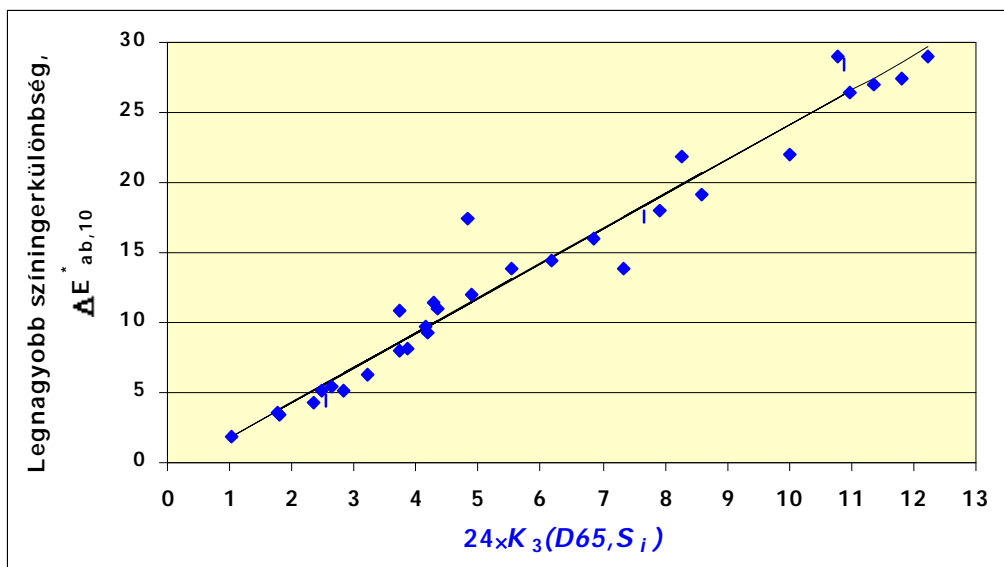
5-20. ábra.

A „szürke minta” és az elméleti extrém metamerek színíngerkülönbségeire vonatkozó $\Delta E^*_{ab,10} \leq 30$ feltételt kielégítő tesztelő eloszlásokhoz tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $16 \cdot K_2(D65, S_i)$ értékek függvényében. A 33 pont közötti korreláció 97,61 %



5-21. ábra.

Az 50 elméleti tesztelő eloszláshoz (S_i , $i=1, \dots, 50$) tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $24 \cdot K_3(D65, S_i)$ értékek függvényében. Az 50 pont közötti korreláció 97,72 %



5-22. ábra.

A „szürke minta” és az elméleti extrém metamerek színíngerkülönbségeire vonatkozó $\Delta E_{ab,10}^* \leq 30$ feltételt kielégítő tesztelő eloszlásokhoz tartozó legnagyobb színíngerkülönbségek a $24 \cdot K_3(D65, S_i)$ értékek függvényében. A 33 pont közötti korreláció 97,96 %

Utolsó vizsgálatként a K_1 , K_2 és K_3 függvények hatékonyságát és megbízhatóságát 10 olyan mintapár felhasználásával elemeztem, mely párok egyik tagja a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] mintái közül származik (lásd 5-23. ábra), míg a párok második mintájának spektrális visszaverési tényezőjét a gradiens módszerrel [30] állítottam elő [CD_7].

Az egyes mintapárok a D65 esetében metamerek. Fontos tulajdonságuk még, hogy a minták spektrális visszaverési tényezőinek alakjában nincs semmi rendkívüli, akár a gyakorlatban is előfordulhatnak. (A tíz közül négy párral és azok spektrális visszaverési tényezőivel már az 5.2 alfejezetben találkoztunk.) Ezen tulajdonság nyomán az így megalkotott metamer párokat *reális metamer pároknak* nevezem az elemzés további részében.



5-23. ábra.

A képre rajzolt fehér kereszt a Macbeth ColorCheckerTM Chart azon 10 mintáját jelzik, melyekhez elméleti metamer párokat állítottam elő a D65 nappali sugárzáseloszlás esetére. A K_1 , K_2 és K_3 függvények használhatóságát ezen metamer párok felhasználásával elemeztem

A fentebb tárgyalt extrém minták esetéhez hasonlóan azt vizsgáltam, hogy milyen korreláció mutatható ki K_1 , K_2 és K_3 függvények által szolgáltatott jósági értékek és a 10 reális metamer párra kiszámított legnagyobb illetve átlagos $\Delta E_{ab,10}^*$ színíngerkülönbségek között. A vizsgálathoz a D65 nappali sugárzáseloszlás elméleti szimulátorainak spektrális teljesítményeloszlásai gyanánt ugyanazt az 50 tesztelő eloszlást használtam, mint az előzőekben bemutatott korrelációanalízisnél.

A 10 reális metamer párra kiszámított legnagyobb színíngerkülönbségek esetét az 5-24. ábra, míg a színíngerkülönbségek átlagainak esetét az 5-25. ábra illusztrálja a $16 \cdot K_2$ függvény által szolgáltatott értékekre támaszkodva. Ennél az elemzésnél az értekezés csak a $16 \cdot K_2$ függvényhez tartozó ábrákat tartalmazza, mert teljesen hasonló diagramokhoz jutnánk a $10 \cdot K_1$ és $24 \cdot K_3$ függvények esetében is. Az egyes függvényekhez tartozó korrelációs együtthatókat az 5-V. táblázat foglalja össze [CD_4].

Látható, hogy a korrelációs együtthatók értéke nem olyan nagy, mint az extrém metamer mintákkal végzett számításoknál, de tartsuk szem előtt azt a tényt, hogy ebben a vizsgálatban nem a legnagyobb színíngerkülönbséget adó extrém metamer minta spektrális visszaverési tényezőjét próbáltam előállítani, hanem a számításokat 10 reális metamer mintát felhasználva végeztem el, ami csupán kis mintaszámot jelent.

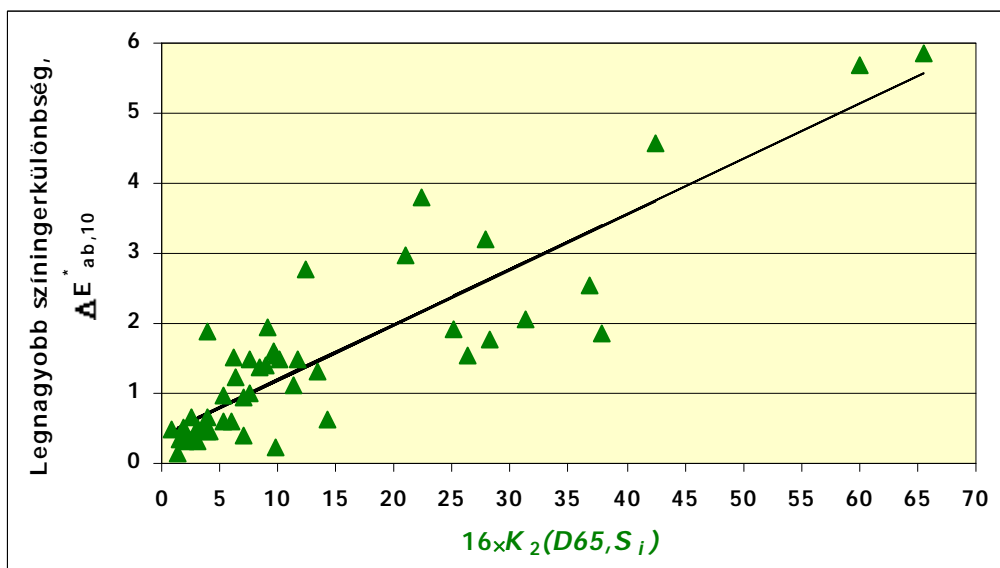
Habár a függvényeket a nappali sugárzéseloszlás szimulátorainak spektrális teljesítményeloszlásaihoz tartozó lehető legnagyobb színíngkülönbségre vonatkozó becslések alapján konstruáltam, megnyugtató tény, hogy a vizsgálatokban eredményül kapott korrelációs együtthatók a kis mintaszámmal (10 reális metamer pár) elvégzett kísérlet esetében is 85 % fölött vannak.

Ezen alfejezet elemzései alapján kijelentem, hogy a K_1 , K_2 és K_3 függvények bármelyike alkalmas a nappali sugárzéseloszlás szimulátorai jóságának meghatározására a látható színtartományban, és a függvényeknek nincs meg az a hiányosságuk, amit a CIE 51 publikáció minősítési módszerére [4] az 5.2 alfejezetben kimutattam.

5-V. táblázat

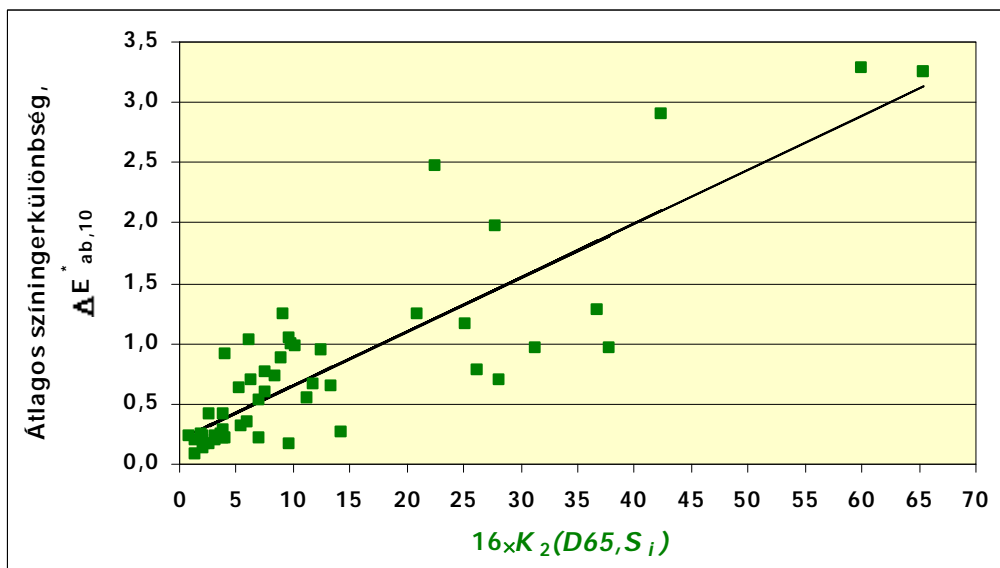
A 10 reális metamer mintapárral elvégzett vizsgálat eredménye.

A nappali sugárzéseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező függvény	Korrelációs együttható a legnagyobb $DE_{ab,10}^*$ színíngkülönbségek esetében	Korrelációs együttható az átlagos $DE_{ab,10}^*$ színíngkülönbségek esetében
K_1	87,20 %	85,06 %
K_2	88,33 %	85,30 %
K_3	89,00 %	85,91 %



5-24. ábra.

Az 50 elméleti tesztelő eloszláshoz (S_i , $i = 1, \dots, 50$) tartozó legnagyobb $\Delta E^*_{ab,10}$ színingerkülönbségek a $16 \cdot K_2(D65, S_i)$ értékek függvényében a vizsgált 10 reális metamer mintapár esetében. Az 50 pont közötti korreláció 88,33 %



5-25. ábra.

Az 50 elméleti tesztelő eloszláshoz (S_i , $i = 1, \dots, 50$) tartozó átlagos $\Delta E^*_{ab,10}$ színingerkülönbségek a $16 \cdot K_2(D65, S_i)$ értékek függvényében a vizsgált 10 reális metamer mintapár esetében. Az 50 pont közötti korreláció 85,30 %

6. Nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezése a látható színképtartományra

6.1 Irodalmi áttekintés

Szerte a világon évtizedek óta számos elméleti számítást és gyakorlati kísérletet végeztek és végeznek annak érdekében, hogy olyan mesterséges sugárforrást lehessen előállítani, amely alkalmas lenne legalább a kiemelt jelentőséggel bíró nappali sugárzáseloszlások (D50, D55, D65 és D75) helyettesítésére. A kutatások főként a D65-öt helyettesítő sugárforrásokra irányultak, hiszen ennek a nappali sugárzáseloszlásnak van a legfontosabb szerepe a színíngermetriában. Nem véletlen tehát, hogy a gyakorlati megvalósításokkal kapcsolatos esettanulmányokat kizárólag a D65 szimulátoraihoz kötődően találtam a szakirodalomban.

A [34] publikáció, C. S. McCamy munkája, szimulátorok tervezéséhez használható konkrétumokat nem közöl, de átfogó jelleggel tárgyalja a nappali sugárzáseloszlások szimulátoraival kapcsolatos eddigi eredményeket és módszereket. A cikk fontos tudománytörténeti, összefoglaló munkának tekinthető.

McCamy-nek kiemelkedő szerepe volt a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak területén. Tagja volt annak a CIE Technikai Bizottságnak, amely megalkotta a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak minősítésére használandó CIE 51 publikációt. Mint korábban összefoglaltam, a CIE 51 publikáció három kitüntetett nappali sugárzáseloszláshoz készített szimulátorok minősítéséhez tartalmazza táblázatos formában a metamer párok spektrális visszaverési tényezőit [9]. A három kitüntetett eloszlás a D55, D65 és D75. A [35] publikációban McCamy közreadja a D50 nappali sugárzáseloszlás szimulátorainak minősítésére használandó metamer minták spektrális visszaverési tényezőit. Ezeket a CIE 51 kiegészítése, a CIE 51.2 már tartalmazza [36].

Ismeretes, hogy a CIE 51 publikáció a 400 nm és 700 nm közötti színképtartományban vizsgálja a nappali sugárzáseloszlások szimulátorait [9]. Később felmerült az az igény, hogy nem csak e leszűkített színképtartományban kellene azokat vizsgálnunk, hanem a színíngermetriai számításokban leggyakrabban használt és általánosan elfogadott 380 nm és 780 nm közötti színképtartományban. Ezt az igényt kielégítve McCamy a [37] publikációban adja közre a látható színképtartományban történő vizsgálathoz szükséges metamer párok spektrális visszaverési tényezőit 380 nm és 780 nm között, 5 nm-es lépésközzel, immár mind a négy kitüntetett nappali sugárzáseloszláshoz (D50, D55, D65 és D75).

A nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezésénél általában egy más jellegű sugárforrásból indulnak ki, melynek spektrális teljesítményeloszlását valamilyen módon módosítják. Számos kísérletet folytattak fénycsövekkel, xenon-ívlámpákkal és halogéntöltésű izzólámpákkal.

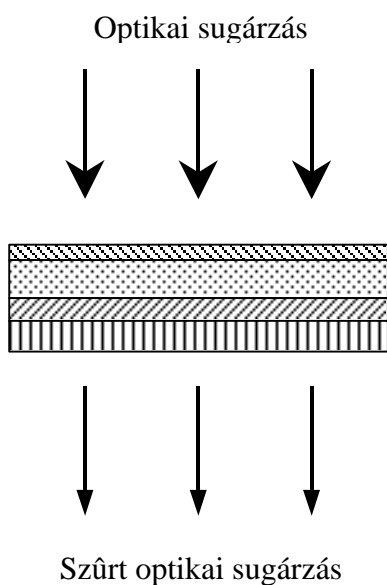
A fénycsövet használó eljárásban a fénycső belső felületére felvitt különböző típusú fényporokat használnak. A kereskedelemben több olyan fénycső kapható, melyeket valamely nappali sugárzáseloszlás (főleg D65) szimulátoraként árulnak, és amelyek színképében azonban a fénycsövekre jellemzően több nagy intenzitású vonal található.

Egy xenon-ívlámpás gyakorlati megvalósítást mutat be a [38] publikáció. A megvalósítás módszerére később visszatérek.

A nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezésénél az általános elterjedtség, egyszerű beszerezhetőség és cserélhetőség miatt szívesen alkalmaznak halogéntöltésű izzólámpákat, melyek spektrális teljesítményeloszlását megfelelő optikai szűrők segítségével

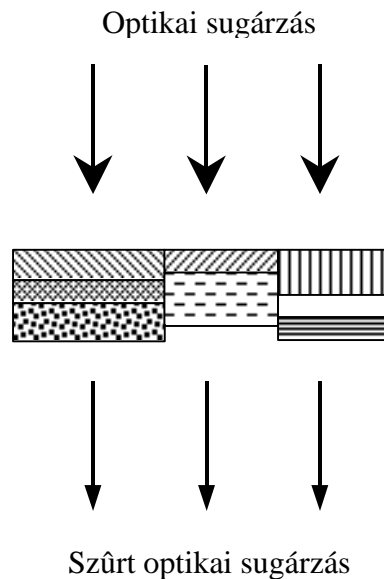
módosítják. A spektrális teljesítményeloszlást módosító szűrőcsomag felépítése többféle módon valósítható meg. Közülük legegyszerűbb az ún. *teli szűrőzés*, amikor azonos átmérőjű, de típustól függően különböző vastagságú szűrőket helyeznek egymás mögé (6-1. ábra). Bonyolultabb módszer az ún. *részleges* vagy *parciális szűrőzés*, amikor a szűrőcsomagot egymás mellé helyezett kisebb szűrőcsomagok alkotják (6-2. ábra).

A [39] publikáció szerzői olyan gyakorlati megoldást mutatnak be a D65 helyettesítésére szánt szimulátor készítésére, melynél parciális szűrőzést alkalmaztak. Kiindulási sugárforrásként kvarc-halogén izzólámpát használtak. A szűrőcsomag egyik fele a szimulátor ultraibolya színek tartományáért, másik fele a látható színek tartományáért felelős. Ez utóbbi szűrőcsomagrész önállóan már egyszerű teli szűrőzést valósít meg. A szűrők tervezésénél, az egyes felhasznált szűrőtípusok vastagságainak meghatározásánál kétféle célfüggvényt használtak. Egyik esetben a D65 és a tervezett szimulátor spektrális teljesítményeloszlása megfelelően egymáshoz normált változatának abszolútértékes eltéréséből, másik esetben a négyzetes eltéréséből konstruálják a célfüggvényt. Elméleti számításaik alapján a látható színek tartományban a CIE 51 publikáció szerint [4] a D65 B osztályú szimulátorát alkották meg. A minősítésben szereplő 5 metamer mintapárra kiszámított átlagos *CIELAB* színíngerkülönbség: $\Delta E_{ab,10}^* = 0,40$.



6-1. ábra.

Egy *teli szűrős* megoldás szűrőcsomagja felépítésének szemléltetése



6-2. ábra.

Egy *részleges* vagy *parciális szűrős* megoldás szűrőcsomagja felépítésének szemléltetése

A [40] publikációban a szerzők olyan optimalizációs algoritmust mutatnak be, mellyel parciális szűrők tervezhetők a D65 szimulátoraihoz. Komplex optimalizációs algoritmusuk egyidejűleg próbálja kezelni a D65 szimulátoraival szemben támasztott követelményeket; többek között a szimulátor színességi koordinátáinak értékét, a CIE 51 publikációban szereplő metamer mintákra [9] vonatkozó átlagos színíngerkülönbséget, a korrelált színhőmérsékletet és az általános színvisszaadási indexet. A cikkben a szerzők 2 850 K korrelált színhőmér-

sékletű halogén izzólámpából indultak ki, melyhez három szűrőkombinációt terveztek. Elméleti számításaik alapján a látható színek tartományban [4] szerint a D65 egy C és két B osztályú szimulátorát alkották meg. A minősítésben szereplő 5 metamer mintapárra kiszámított átlagos CIELAB színíngerkülönbségek a három szimulátorra: $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_1 = 0,585$; $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_2 = 0,486$ és $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_3 = 0,458$.

Ian Powell, a [38] publikáció szerzője, egy másik közleményében [41] kvarc-halogén izzólámpából alkotott, a D65 helyettesítésére alkalmas szimulátort mutat be. Mindkét cikkben elsődlegesen teli szűrőzést alkalmaz a kiindulási sugárforrás (xenon-ívlámpa ill. kvarc-halogén izzólámpa) spektrális teljesítményeloszlásának módosítására. Emellett azonban mindkét esetben vékonyréteg filmeket használ a spektrális teljesítményeloszlás végső módosítására. A vékonyréteg filmek hozzávetőlegesen egy tucat réteget képviselnek kvarc hordozón. A szűrők és a filmek vastagságának meghatározásánál célfüggvényként a szerző a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazza, de a spektrális mintavételezés helyeinél a D65 értékeivel súlyozza a hibák négyzeteit. Egyszerűen meggondolható, hogy ezzel azt éri el, hogy a szimulátor spektrális teljesítményeloszlása jobban követi a D65 alakját, mintha nem használná ezt a súlyozást. A módszer ily módon a D65 A osztályú szimulátorait eredményezi.

A szakirodalmat tanulmányozva hangsúlyoznom kell azt a tényt, hogy a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezését bemutató azon publikációkban, melyekhez hozzáfértem, nem találtam olyan megoldást, melyben az optimalizációs eljárások célfüggvényeibe bárki beépítette volna súlyfüggvényként a színíngermegfeleltető függvényeket. A szimulátorok tervezésénél főleg arra törekedtek, hogy a kapott spektrális teljesítményeloszlás alakra minél pontosabban megegyezzen a D65 eloszlással, ill. minimalizálni próbálták a CIE 51 publikációban megadott minősítési eljárás [4] eredményeként adódó, a metamer párokra vonatkozó átlagos színíngerkülönbséget.

Az 5. fejezetben megmutattam, hogy a CIE 51 publikációban megadott minősítési eljárás [4] nem használható megbízhatóan a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak minősítésére. Amint láthattuk, nagy problémák főleg olyan színeképeknél adódhatnak, melyekben a teljes sugárzott teljesítményhez képest nagy intenzitást képviselő vonalak találhatók. A fentebb elemzett cikkekben a kiindulási sugárforrások spektrális teljesítményeloszlása mindig folytonos és „meglehetősen simának” mondható, és ilyen tulajdonságúak a cikkekben felhasznált optikai szűrők spektrális áteresztési tényezői is. Emiatt nem jelent különösebb problémát, ha néhány egyéb feltétel mellett csupán a CIE 51 publikációban megadott minősítési eljárás [4] eredményeként adódó, a metamer párokra vonatkozó átlagos színíngerkülönbséget használják célfüggvényként. Az 5. fejezet eredményei szerint azonban fénycsövek esetén a vonalas színeképek miatt a CIE 51 publikáció minősítési eljárásából [4] származtatott célfüggvények megbízhatatlan eredményekhez vezethetnek.

6.2 Nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezése a K_2 függvénnyel

Azt elfogadva, hogy a CIE 51 publikációban megadott minősítési eljárás [4] nem használható megbízhatóan a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak minősítésére, fontossá válik annak a kérdésnek a tisztázása, hogy milyen eredményre jutunk nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak tervezésekor, ha célfüggvényként az 5. fejezetben bevezetett függvények valamelyikét használjuk.

Ebben az alfejezetben a *teli szűrőzés* módszerét felhasználva mutatok olyan elméleti megoldásokat, melyekkel a D50, a D55 és a D65 szimulátorai készíthetők el. Célfüggvény-

ként mindhárom esetben a K_2 függvényt (lásd (5.13) egyenlet) használom. Egészen pontosan a célfüggvény értéke mindig $16 \cdot K_2$. A 16-os szorzótényezőt azért hagytam meg a célfüggvényben is, mert az elméletben meghatározott szimulátorok jósága így könnyen összehasonlítható az 5.5.7 szakaszban szereplő elemzésekben szereplő adatokkal.

Az elméleti számításoknál kiindulási spektrális teljesítményeloszlásnak a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzó spektrális teljesítményeloszlását használom. Ezt a választást azzal indokolom, hogy az értekezés további részében elméleti számítások eredményét mutatom be, így a számítás mindenki által reprodukálható és könnyen ellenőrizhető, továbbá a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzó spektrális teljesítményeloszlása nagyon jó közelítése a kereskedelemben kapható, 3 000 K korrelált színhőmérsékleten üzemeltetett halogéntöltésű izzólámpák spektrális teljesítményeloszlásának. A D75 szimulátorainak tervezésére azért nem teszek kísérletet izzólámpa jellegű sugárforrásból kiindulva, mert a D75 eloszlásban dominál a rövidhullámú sugárzás, ellentétben egy izzólámpa jellegű sugárforrás spektrális teljesítményeloszlásával.

A *teli szűrőzés* módszerében felhasznált optikai üvegszűrők adatait a SCHOTT cég 1997-ben kiadott katalógusából [42] vettem. A tervezésben a szűrők spektrális (külső) áteresztési tényezőit használom¹⁰. Az egyes szűrők spektrális visszaverési tényezőjét konstans függvénynek tételezem fel, ahogyan azt az ilyen jellegű számításoknál általánosságban teszik. Ezzel a feltételezéssel élve a kiszámított spektrális áteresztési tényezők alakja független attól, hogy külső vagy belső áteresztési tényezővel dolgozunk. Gyakorlati megvalósításnál pedig a határfelületeken bekövetkező reflexiók (ragasztott szűrők esetén a ragasztóanyag törésmutatójának eltérése az üvegek törésmutatójától stb.) külön veendő figyelembe.

6.2.1 A szűrőtípusok előzetes válogatását végző szoftver

Doktori tanulmányaim során egy olyan szoftvert készítettem, amely alkalmas szűrőcsomagok tervezésére, így segítségével detektorok spektrális illesztésével ill. sugárforrások színeképek módosításával összefüggő feladatok oldhatók meg.

A szoftver a detektorok színeképi illesztésénél általánosan elterjedt f_1' függvény [33] alapján optimalizál. A szoftver a módosítani kívánt spektrális függvényt (detektoroknál színeképi érzékenységet, sugárforrásoknál spektrális teljesítményeloszlást), az f_1' függvény kifejezésében alkalmazható súlyfüggvényt, valamint az elérni kívánt spektrális függvényt igényli elsődleges paraméterhalmazként. Megadható továbbá egy szűrőlista, melyekből a szoftver kiválogatja azokat a szűrőket, amelyekből csomagot készítve és a súlyfüggvényt figyelembe véve az elérni kívánt spektrális függvény a legkisebb eltéréssel közelíthető. Előírható, hogy a szoftver legfeljebb mennyi szűrőt válogasson egy csomagba, valamint megadható, hogy az egyes szűrőüvegek vastagsága milyen értékek közé eshet.

A nappali sugárzáseloszlásoknak a következő szakaszokban bemutatandó szimulátoraihoz felhasznált szűrők típusainak kiválogatását ezzel a szoftverrel végeztem.

¹⁰ A spektrális (külső) áteresztési tényező fogalma nem tévesztendő össze a spektrális *belső* áteresztési tényező fogalmával. Az utóbbin az anyag kilépési felületét elérő és az anyagba belépett optikai sugárzás teljesítményének hányadosát értjük a hullámhossz függvényében. A spektrális külső áteresztési tényező az optikai szűrő határfelületein bekövetkező visszaverődés és szóródás miatt kisebb a spektrális *belső* áteresztési tényezőnél, belőle a visszaverési tényező ismeretében számolható.

6.2.2 A D50, D55 és D65 szimulátorainak tervezésénél használt spektrális teljesítményeloszlások

A kitüntetett nappali sugárzáseloszlásokat (D50, D55 és D65) helyettesítendő, a látható színeképtartományra elméletben „készített” szimulátorokat a korrelált színhőmérséklet szerint fordított sorrendben tárgyalom, ugyanis a D65 szimulátor esetében mindazon metamer minták felhasználhatók a szimulátor vizsgálatára, melyeket az 5.5.7 szakaszban is alkalmaztam.

A kitüntetett nappali sugárzáseloszlásokhoz „készített” szimulátorok tervezésénél minden hullámhosszfüggő mennyiségnél **5 nm-es** mintavételi **lépésközt** használtam. Ennél a pontnál hívom fel a figyelmet arra, hogy D50, D55 és D65 nappali sugárzáseloszlásként **nem** az 5 nm-es lépésközre lineárisan interpolált, a CIE 15.2 publikációban szabványosított adatsorokat [43] használom. Ennek oka a nappali sugárzáseloszlások számításánál megfigyelhető, a 4. fejezetben feltárt néhány pontatlanság. Az általam **újra meghatározott** D50, D55 és D65 nappali sugárzáseloszlások 5 nm-es lépésközhöz tartozó spektrális teljesítményeloszlásainak kiszámításánál Lagrange-interpolációt használtam; pontosan úgy, ahogyan azt a 4.5.1 szakaszban leírtam. Ez a módosítás nem ad lényeges eltérést ahhoz képest, mintha a CIE 15.2 publikációban szabványosított D50, D55 és D65 nappali sugárzáseloszlásokat [43] használtam volna, hiszen az általam újraszámolt D50, D55 és D65 eloszlások esetén csupán olyan nagyságrendű eltéréseket kaptam, mint amilyeneket a 4-VIII. táblázat mutat be.

6.2.3 A D65 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színeképtartományban

A 6.2.1 szakaszban röviden bemutatott szoftverrel meghatároztam, hogy milyen szűrő-típusokat kell felhasználnom a teli szűrőzést megvalósító csomagban ahhoz, hogy a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzó spektrális teljesítményeloszlását módosítva a D65 helyettesítésére alkalmas szimulátort kapjak [CD_8].

Mielőtt a szűrők típusainak és vastagsáadatainak ismertetésére rátérnék, összefoglalom, hogy milyen számításokat végeztem el a D65 szimulátorával, melynek relatív spektrális teljesítményeloszlását $S_{65,400-700}$ -zal jelölöm. A számítások eredményeit a 6-I. táblázat foglalja össze, a következő felsorolásban pedig a kérdéses mennyiségek után feltüntettem a 6-I. táblázatban szereplő, az adott mennyiségnek megfelelő jelölést is.

Meghatároztam $S_{65,400-700}$ korrelált színhőmérsékletét (T_{cp}) a *CIE-uv* diagramra alapozva [CD_9], és a szűrőcsomag eredő spektrális átteresztési tényezőjéből meghatároztam a szűrözött és a nem szűrözött sugárforrás fényhasznosítási tényezőjének hányadosát (h). A CIE 51 publikáció alapján [4] meghatároztam a D65 nappali sugárzáseloszláshoz használandó öt metamer párra adódó átlagos *CIELAB* színingerkülönbséget ($(\overline{\Delta E_{ab,10}^*})_S$). Habár az 5. fejezetben megmutattam, hogy a CIE 51 publikáció minősítési módszere [4] nem megbízható, azért tüntetem fel mégis ezt az értéket, hogy összehasonlítható legyen más publikációkban szereplő, a D65 más szimulátoraira vonatkozó értékekkel. Egyúttal feltüntettem ugyanezt az értéket az általam újraszámított D65 nappali sugárzáseloszlás esetében is ($(\overline{\Delta E_{ab,10}^*})_{D65}$). Ennek az értéknek a CIE által definiált D65 esetében [43] elvileg nullának kellene lennie, és látható, hogy az újraszámított D65 esetében is elhanyagolhatóan kicsiny.

Az 5.5.7 szakaszban már bemutatott, a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] mintáihoz (lásd 5-23. ábra) konstruált reális metamer párokra meghatároztam, mekkora átlagos

$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{CCC}$) és maximális $\left(\Delta E_{ab,10,max}^*\right)_{CCC}$) *CIELAB* színingerkülönbség mutatkozik $S_{65,400-700}$ esetén.

A táblázatban szerepel az optimalizáció során célfüggvényként használt $16 \cdot K_2(D65, S_{65,400-700})$ érték és a D65 ill. az $S_{65,400-700}$ eloszlás *CIE*- $u'_{10}v'_{10}$ színességi koordinátáinak különbsége is ($\Delta_{u'_{10}v'_{10}}$).

6-I. táblázat

A **D65** sugárzáseloszlás BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,28	$16 \cdot K_2(D65, S_{65,400-700})$	1,467
BG34	1,07	$\Delta_{u'_{10}v'_{10}}$	0,003 6
BG40	0,56	<i>h</i>	20,00 %
		T_{cp}	6 670 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_S$	0,205
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{D65}$	0,014
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{CCC}$	0,289
		$\left(\Delta E_{ab,10,max}^*\right)_{CCC}$	0,361

A táblázatban szereplő 6 670 K korrelált színhőmérséklet érték első ránézésre talán föltűnő, de ennél az eltérésnél sokkal fontosabb a színességi koordináták közötti csupán $\Delta_{u'_{10}v'_{10}} = 0,003 6$ különbség, ami jóval a megengedett 0,015 sugarú körön belül van.

A D65 szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlását a 6-3. ábra mutatja.

A gyakorlati megvalósításnál, izzólámpák szűrőzésekor mindig foglalkoznunk kell a szűrőcsomag túlmelegedésének kérdésével. A sugárforrás által kisugárzott energia nagy részét ugyanis a szűrőcsomag elnyeli, ami a szűrőüvegek felmelegedéséhez és megrepedéséhez vezethet. Ezért előtétiszűrőként, a szűrőcsomagtól térben elkülönítve érdemes egy ún. hőszűrő üveget alkalmazni, ami jobban ellenáll a felmelegedésnek és nagy arányban nyeli el a kiindulási sugárforrás által sugárzott energia infravörös színek tartományba eső részét. Ilyen típusú üvegek például a SCHOTT cég KG jelzésű üvegei.

Próbaképpen a fent bemutatott szűrőcsomaghoz a KG2 típusú hőszűrő üveget is hozzávettem rögzített 1 mm-es vastagsággal, majd újra elvégeztem a másik három szűrő vastagságára vonatkozó optimalizációs eljárást. Ennek eredményét a 6-I. táblázathoz

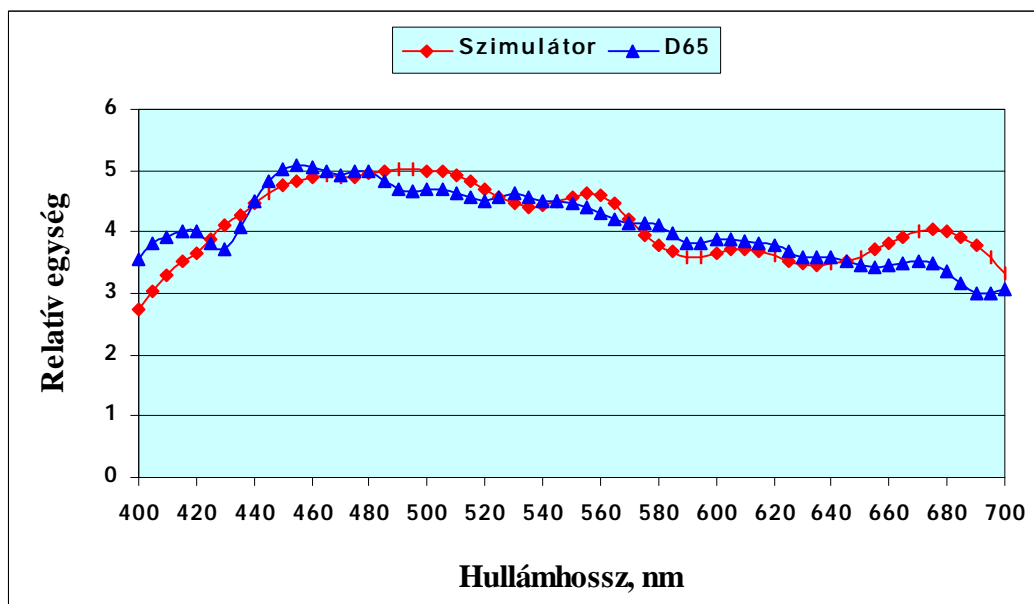
hasonlóan a 6-II. táblázat foglalja össze [CD_8], melyben a D65 négy szűrőből álló csomaggal számított szimulátorának spektrális teljesítményeloszlását $H_{65,400-700}$ -zal jelöltem, és a $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_S$ szimbólumot értelemszerűen $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_H$ -ra cseréltem.

Látható, hogy a színíngermetriai számítások eredményeiben a hőszűrőt nélkülöző szimulátorhoz képest csak elhanyagolható változások tapasztalhatók. A szűrőzött és a nem szűrőzött sugárforrás fényhasznosítási tényezőinek hányadosa csökkent, ami nyilvánvaló, hiszen most három helyett négy szűrőből alkottam a csomagot.

6-II. táblázat

A **D65** sugárzéseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,28	$16 \cdot K_2(D65, H_{65,400-700})$	1,488
BG34	1,07	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,003 8
BG40	0,52	h	18,82 %
KG2	1,00	T_{cp}	6 644 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_H$	0,207
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{D65}$	0,014
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{CCC}$	0,283
		$\left(\Delta E_{ab,10, \max}^*\right)_{CCC}$	0,366



6-3. ábra.

A D65 sugárzéeloszlás és a BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($S_{65,400-700}$). $S_{65,400-700}$ és $H_{65,400-700}$ grafikonja között szemmel látható különbség nem mutatkozik

6.2.4 A D55 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színek tartományban

A 6.2.3 szakaszhoz hasonlóan a következőkben bemutatom azt a szűrőkombinációt, mellyel teli szűrőzést megvalósítva a D55 helyettesítésére alkalmas szimulátort alkothatunk a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzóból. A szűrőkombinációt mind hőszűrő üveget nem használva, mind hőszűrő üveget használva meghatároztam [CD_8].

A D55 számításaim nyomán előálló két szimulátora vizsgálatának eredményeit összefoglaló táblázatok (6-III. táblázat és 6-IV. táblázat) azonban most nem tartalmazzák azon színíngerkülönbségi értékeket ($(\overline{\Delta E_{ab,10}^*})_{CCC}$ és $(\Delta E_{ab,10,max}^*)_{CCC}$), melyeket a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* [29] mintáihoz konstruált reális metamer párokra határoztam meg a D65 szimulátorok esetében. Ennek oka nyilvánvaló: ezek a *reális metamerek*nek nevezett mintapárok kizárólag D65 esetében metamerek, így más nappali sugárzéeloszlások esetén nem használhatók elemző vizsgálatra. Ezen két érték hiányától és a megfelelő indexek értelemszerű módosításától eltekintve a D55 két szimulátora vizsgálatának eredményeit összefoglaló táblázatok jelölései megegyeznek a D65 szimulátoraira vonatkozó táblázatok jelöléseivel.

6-III. táblázat

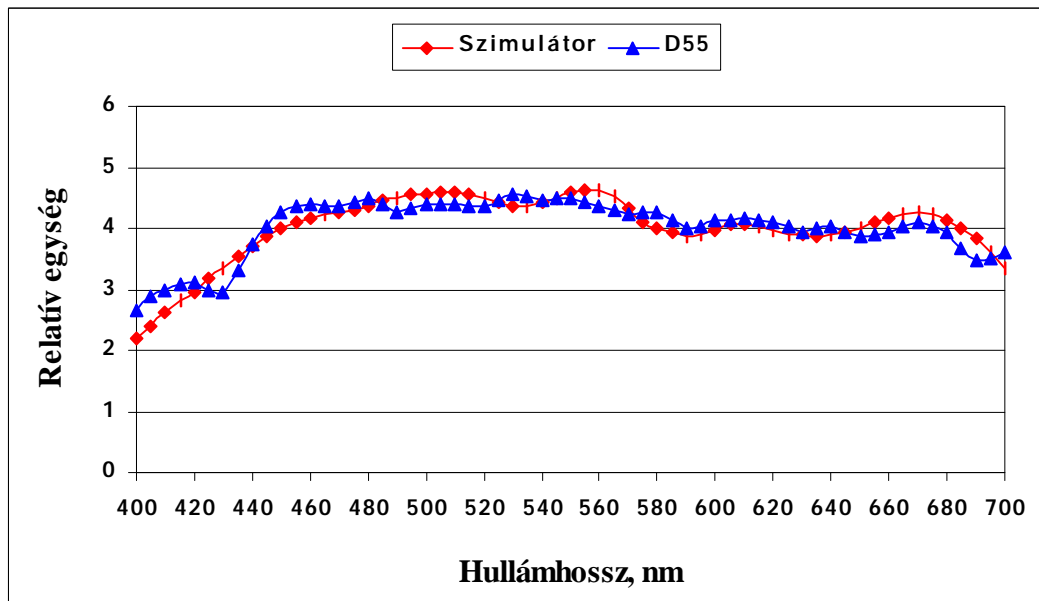
A **D55** sugárzáseloszlás BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,25	$16 \cdot K_2 (D55, S_{55,400-700})$	1,180
BG34	0,76	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,002 5
BG40	0,59	h	26,78 %
		T_{cp}	5 564 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_S$	0,127
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D55}$	0,015

6-IV. táblázat

A **D55** sugárzáseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,26	$16 \cdot K_2 (D55, H_{55,400-700})$	1,197
BG34	0,76	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,002 5
BG40	0,55	h	24,63 %
KG2	1,00	T_{cp}	5 615 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_H$	0,160
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D55}$	0,015



6-4. ábra.

A D55 sugárzéeloszlás és a BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($S_{55,400-700}$). $S_{55,400-700}$ és $H_{55,400-700}$ grafikonja között szemmel látható különbség nem mutatkozik

6.2.5 A D50 szimulátorai a 400 nm és 700 nm közötti színek tartományban

Ebben a szakaszban a 6.2.4 szakasszal azonos módon mutatom be azt a két szűrőkombinációt, melyekkel a D50 helyettesítésére alkalmas szimulátor állítható elő a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzóból. Ahogy az előző két esetben, az első szűrőcsomag nem tartalmaz hőszűrő üveget, a második viszont igen [CD_8].

6-V. táblázat

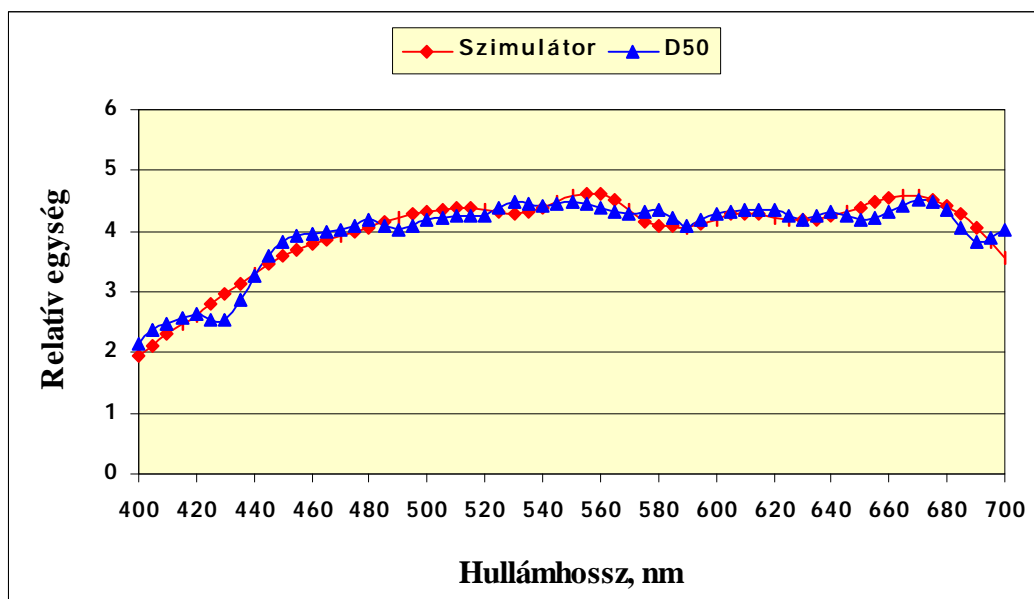
A **D50** sugárzáseloszlás BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,24	$16 \cdot K_2 (D50, S_{50,400-700})$	1,058
BG34	0,57	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,001 2
BG40	0,58	<i>h</i>	31,67 %
		T_{cp}	5 054 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_S$	0,158
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D50}$	0,014

6-VI. táblázat

A **D50** sugárzáseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,24	$16 \cdot K_2 (D50, H_{50,400-700})$	1,068
BG34	0,57	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,001 4
BG40	0,54	<i>h</i>	29,81 %
KG2	1,00	T_{cp}	5 044 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_H$	0,146
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D50}$	0,014



6-5. ábra.

A D50 sugárzáseloszlás és a BG24, BG34 és BG40 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($S_{50,400-700}$). $S_{50,400-700}$ és $H_{50,400-700}$ grafikonja között szemmel látható különbség nem mutatkozik

6.2.6 A D65 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színek tartományban

Ebben a szakaszban bemutatom, milyen megoldást érhetünk el, ha a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzóból szeretnénk a D65 helyettesítésére alkalmas szimulátort készíteni teli szűrőzéssel, ám a 400 nm - 700 nm színek tartomány helyett a 380 nm - 780 nm színek tartományt tekintve [CD_10]. Az előző három szakaszban a D65, D55 és D50 szimulátorainak két-két változatát terveztem meg. Egy-egy változat mindhárom esetben hőszűrő üveget is tartalmazott. A szimulátorok spektrális teljesítményeloszlásával végzett számítások eredményeit összefoglaló táblázatok alapján megállapítható, hogy a hőszűrő üveg alkalmazása a szimulátorok jóságára elhanyagolható hatást gyakorol, így ebben és a következő két szakaszban csak olyan szűrőcsomagokat mutatok be, melyek mindegyike tartalmazza az 1 mm vastagságú KG2 típusú szűrőt is.

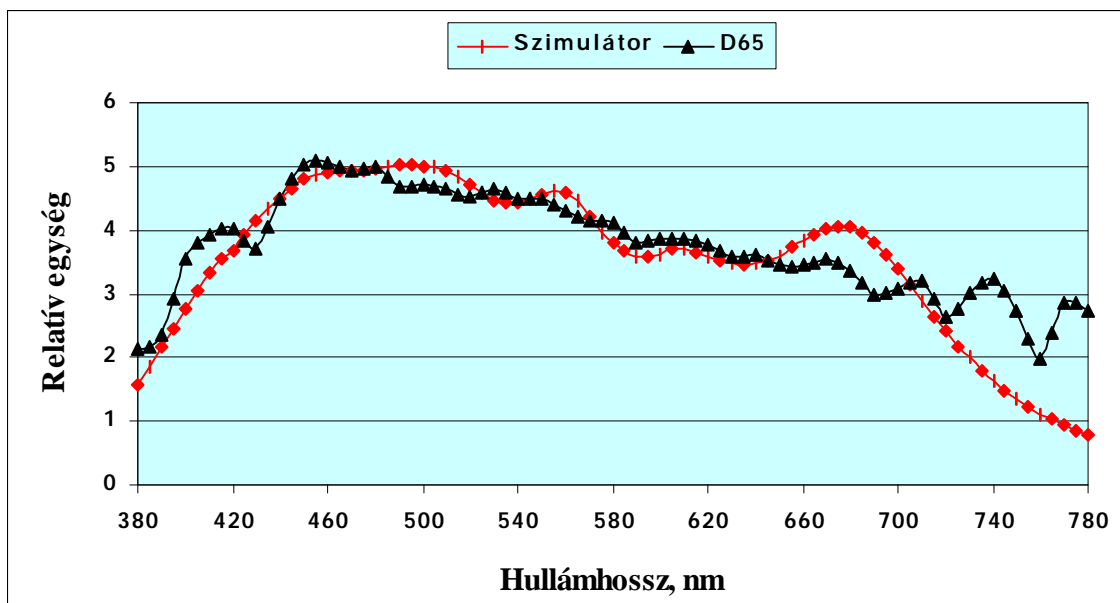
A D65 380 nm - 780 nm színek tartományra tervezett szimulátorának paramétereit és vizsgálatának eredményeit a 6-VII. táblázat foglalja össze. A jelölések az értelemszerű módosításokon kívül (a D65 most bemutatandó szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlását például $H_{65,380-780}$ -nal jelölöm) megegyeznek az előző három szakaszban alkalmazott jelölésekkel. Azonban felhívom a figyelmet arra, hogy most a választott színek tartomány miatt a CIE 51 publikációban definiált metamer mintapárok spektrális visszaverési tényezői [9] helyett a McCamy által kidolgozott, a 380 nm - 780 nm színek tartományra érvényes metamer párok [37] adatait használtam a $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_H$ és $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{D65}$ értékek kiszámításánál. Ezeket a kiterjesztett értelmezési tartományú adatsorokat használom a D55 és D50 következő két fejezetben bemutatandó szimulátorainál is.

6-VII. táblázat

A **D65** sugárzáseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paraméterei és a vizsgálat eredményei.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,28	$16 \cdot K_2 (D65, H_{65,380-780})$	1,490
BG34	1,09	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,003 8
BG40	0,51	<i>h</i>	18,57 %
KG2	1,00	T_{cp}	6 912 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_H$	0,201
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D65}$	0,011

A D65 szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlását a 6-6. ábra mutatja.



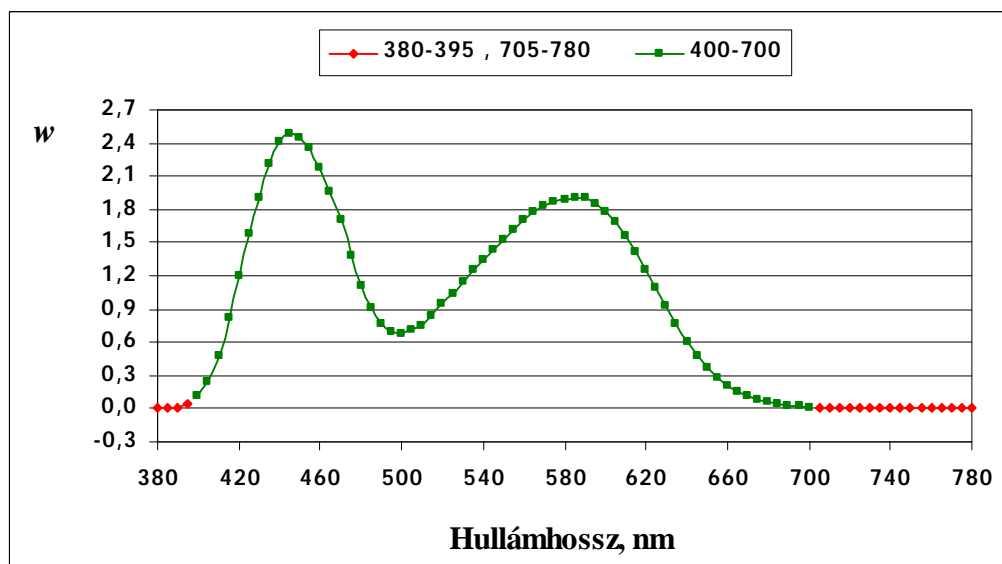
6-6. ábra

A D65 sugárzáseloszlás és a BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($H_{65,380-780}$)

A 6-VII. táblázatban a T_{cp} korrelált színhőmérséklet érték [CD_11] még jelentősebben eltér 6 500 K-től, mint a 6.2.3 szakaszban a 400 nm - 700 nm színek tartomány esetében, viszont a színességi koordináták közötti csupán $\Delta_{u'_{10} v'_{10}} = 0,003 8$ különbség még mindig jóval a megengedett határon belül van.

A $\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{D65} = 0,011$ érték alapján láthatjuk, hogy a gyakorlati színingermetrika szempontjából ebben az esetben is csupán ilyen kicsi eltérésekkel kell számolnunk, ha a CIE által definiált D65 [43] helyett a 4. fejezet alapján újraszámított D65-öt használjuk.

Ami a 6-6. ábra grafikonjait szemlélve szokatlan lehet, az az a tény, hogy a D65 általam tervezett szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása a 700 nm feletti színek tartományban jelentősen eltér a megfelelően normált D65-től. Ez azonban nem meglepő, ha szem előtt tartjuk, hogy a szűrőcsomagban szereplő szűrők vastagságainak beállításához a $16 \cdot K_2$ célfüggvényt kellett minimalizálnom. A K_2 függvény (5.14)-ben felírt változata mutatja, hogy ezen függvény kifejezésében súlyvektorként az \bar{x}_{10} , \bar{y}_{10} és \bar{z}_{10} színingermegfeleltető függvények vektoriális változatainak összege szerepel. Ezt az összegvektort a 6-7. ábra szemlélteti. Az ábrát tanulmányozva megbizonyosodhatunk arról, hogy a K_2 függvénynél (és ez a K_1 és K_3 függvényekre is igaz) a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak spektrális teljesítményeloszlásában a 400 nm alatti ill a 700 nm feletti hullámhosszértékekhez tartozó értékek elhanyagolható jelentőséggel bírnak a 400 nm és 700 nm közötti értékekhez képest.



6-7. ábra.

Az \bar{x}_{10} , \bar{y}_{10} és \bar{z}_{10} színingermegfeleltető függvények vektoriális változatainak összege 5 nm-es mintavételezési lépésköz esetén. Az ábrán $w = \bar{x}_{10} + \bar{y}_{10} + \bar{z}_{10}$. Zölddel a w összegvektor $\{400, 405, 410, \dots, 695, 700\}$ halmazhoz tartozó komponenseit, míg vörössel a látható színek tartomány két végét reprezentáló $\{380, 385, 390, 395\} \cup \{705, 710, \dots, 780\}$ halmazhoz tartozó komponenseit ábrázoltam

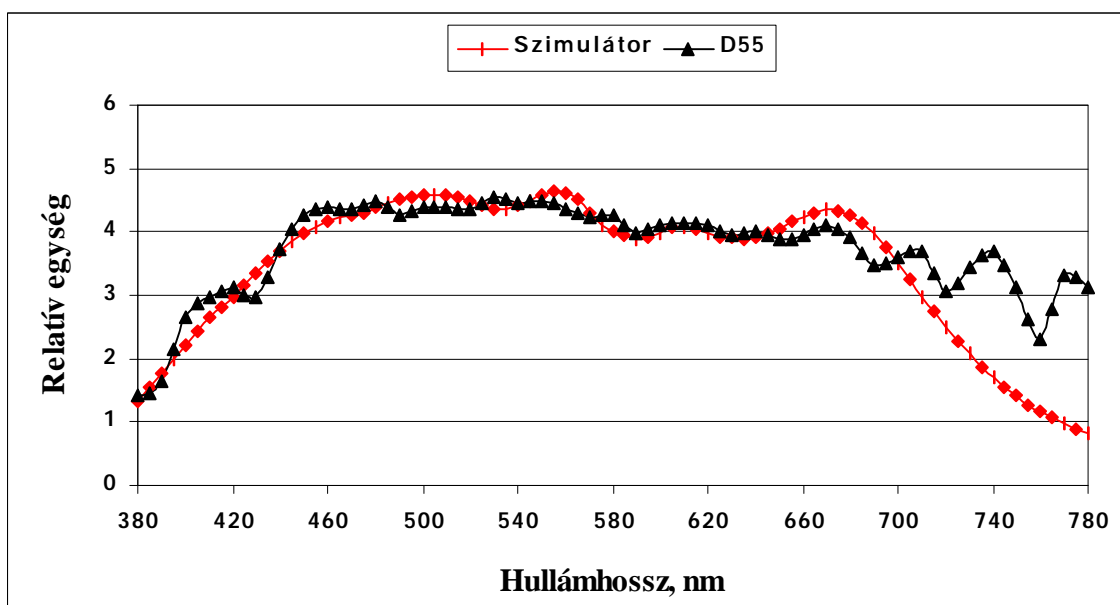
6.2.7 A D55 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színképtartományban

A D55 BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel megvalósítható szimulátorának paramétereit és vizsgálatának eredményeit a 6-VIII. táblázat foglalja össze [CD_10]. A szimulátor relatív spektrális teljesítményeloszlását a 6-8. ábra mutatja.

6-VIII. táblázat

A D55 sugárzáseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paramétereit és a vizsgálat eredményeit.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,25	$16 \cdot K_2 (D55, H_{55,380-780})$	1,203
BG34	0,78	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,002 5
BG40	0,53	h	24,92 %
KG2	1,00	T_{cp}	5 653 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_H$	0,137
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D55}$	0,011



6-8. ábra.

A D55 sugárzáseloszlás és a BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($H_{55,380-780}$)

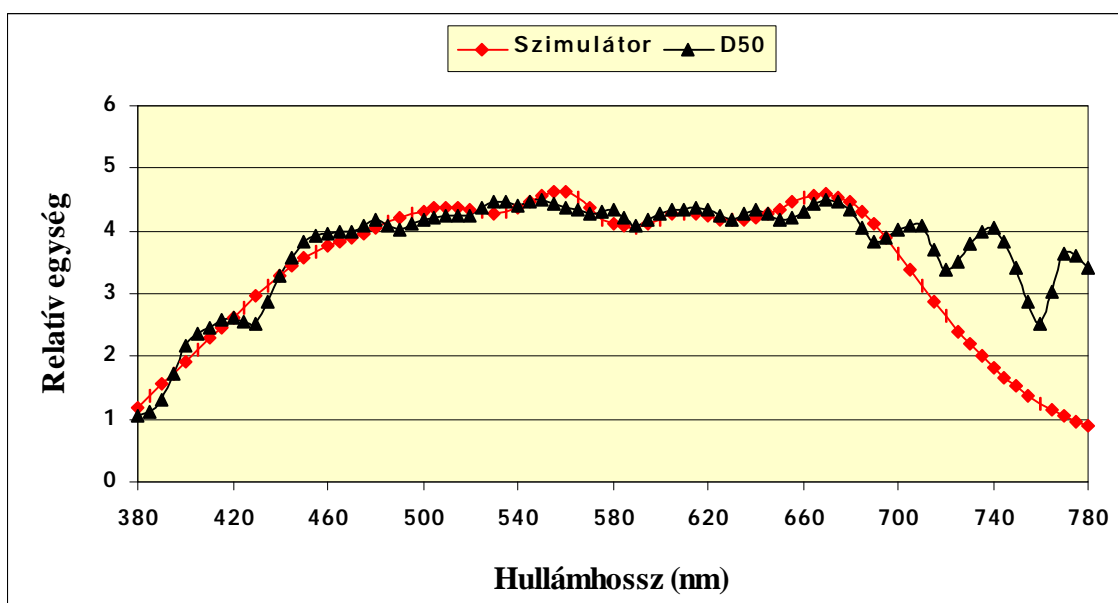
6.2.8 A D50 szimulátora a 380 nm és 780 nm közötti színképtartományban

A D50 BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel megvalósítható szimulátorának paramétereit és vizsgálatának eredményeit a 6-IX. táblázat foglalja össze [CD_10]. A szimulátor relatív spektrális teljesítményeloszlását a 6-9. ábra mutatja.

6-IX. táblázat

A D50 sugárzáseloszlás BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának paramétereit és a vizsgálat eredményeit.

Szűrőtípus	Vastagság, mm	Vizsgált mennyiség	Érték
BG24	0,23	$16 \cdot K_2 (D50, H_{50,380-780})$	1,079
BG34	0,61	$\Delta_{u'_{10} v'_{10}}$	0,001 5
BG40	0,51	h	29,78 %
KG2	1,00	T_{cp}	5 066 K
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_H$	0,134
		$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*} \right)_{D50}$	0,011



6-9. ábra.

A D50 sugárzáseloszlás és a BG24, BG34, BG40 és KG2 típusú szűrőkkel számított szimulátorának relatív spektrális teljesítményeloszlása ($H_{50,380-780}$)

7. Összefoglalás és tézisek

Értekezésemben megvizsgáltam a nappali sugárzáseloszlások számítási pontatlanságaival kapcsolatos problémakört. Feltártam a számítási pontatlanságok okát s egyúttal olyan eljárást mutattam be, mellyel a nemlineáris modellfüggvényből adódó ill. az újraszámított nappali sugárzáseloszlásokból meghatározható színességi koordináták pontosan megegyeznek, bármely interpolációt alkalmazzuk is a nappali sugárzáseloszlások számításához szükséges karakterisztikus függvények lépésközének finomításához [44].

A CIE 51 publikációban rögzített, a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai jósági értékeinek meghatározására vonatkozó eljárásról [4] megmutattam, hogy az nem megbízható, nem ad egyértelmű jósági értéket. Matematikai módszerekkel számos sugárzáseloszlást konstruáltam a szabványosított minősítési eljárás hiányosságának bemutatására.

A szabványosított, ám matematikailag hiányos minősítési módszer helyett három olyan függvényt dolgoztam ki, melyek teljesen általános esetekre is működnek. Használatukkal megbízhatóan fejezhetők ki a látható színek tartományban a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jósági értékei [45].

Az általam kidolgozott, a szimulátorok jóságát kifejező függvények egyikét célfüggvényként felhasználva olyan szűrőkombinációkat határoztam meg, melyek úgy módosítják a 3 000 K hőmérsékletű feketetest-sugárzó relatív spektrális teljesítményeloszlását, hogy nappali sugárzáseloszlások helyettesítésére alkalmas szimulátorokhoz jutunk. A szűrőkombinációkkal nem csak a kiemelt fontosságú D65 nappali sugárzáseloszlás szimulátora valósítható meg elméletileg, hanem a D55 és D50 nappali sugárzáseloszlásoké is, amelyekre a szakirodalomban is kevés anyag található.

A D50, D55 és D65 általam számított szimulátorai nem csupán a felhasznált célfüggvény szélsőértékeit testesítik meg, hanem a CIE eddig használt minősítési módszere [4] alapján is A jósági osztályba tartoznak.

7.1 Tézisek

1. Értekezésemben megállapítottam, hogy a CIE 15.2 publikációjában rögzített, a nappali sugárzáseloszlások számítására használt

$$S(\mathbf{I}) = S_0(\mathbf{I}) + M_1 \cdot S_1(\mathbf{I}) + M_2 \cdot S_2(\mathbf{I})$$

képlet [18] M_1 és M_2 tényezői függenek a véges dimenziós vektorokkal reprezentált S_0 , S_1 és S_2 eloszlások mintavételi lépésközétől. Az M_1 és M_2 tényezőket eredetileg 10 nm-es mintavételi lépésköz esetében határozták meg, míg a CIE 15.2 publikáció a nevezett eloszlásokat 5 nm-es lépésközzel tartalmazza [43]. Ez a tény számítási pontatlanságokhoz és elméleti ellentmondásokhoz vezet.

2. A nappali sugárzáseloszlások számítására használt

$$S(\mathbf{I}) = S_0(\mathbf{I}) + M_1 \cdot S_1(\mathbf{I}) + M_2 \cdot S_2(\mathbf{I})$$

képlet [18] M_1 és M_2 tényezőinek elemzése során megállapítottam, hogy az M_1 és M_2 tényezők minden olyan esetben újraszámítandók, amikor a véges dimenziós vektorokkal reprezentált S_0 , S_1 és S_2 eloszlások mintavételi lépésköze eltér 10 nm-től. Matematikai eljárást dolgoztam ki, mellyel a képlet M_1 és M_2 tényezői az S_0 , S_1 és S_2 eloszlások bármely mintavételi lépésközre történő interpolációjakor pontosan számíthatók. Az általam kidolgozott módszer alapján a nappali sugárzáseloszlások korrelált színhőmérsékletétől függő színességi koordináták minden esetben pontosan megegyeznek az S eloszlásból számítható színességi koordinátákkal.

3. Sugárzáseloszlások számítógépes előállításával kimutattam, hogy a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai látható színképtartományra vonatkozó jósági értékének meghatározására a CIE 51 publikációban rögzített minősítési módszer [4] nem megbízható, ellentmondásmentes minősítésre nem alkalmas. A minősítési módszer megbízhatósága akkor sem növekszik, ha a módszerben használt 5 metamer mintapár számát a többszörösére növeljük (5 helyett 21-et használunk).
4. Az absztrakt skaláris szorzatokra érvényes ill. az integrálszámításban alkalmazott becslések felhasználásával három függvényt vezettem be (K_1 , K_2 ill. K_3), melyek bármelyike alkalmas a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai látható színképtartományra vonatkozó jósági értékének meghatározására. A függvények használhatósága között nincs szignifikáns különbség.

Az értekezésben kimutattam, hogy az általam definiált K_1 , K_2 és K_3 függvények még a legszélsőségesebb eseteket figyelembe véve is megbízhatóan fejezik ki a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jósági értékét a látható színképtartományban, és a nappali sugárzáseloszlások szimulátorai spektrális teljesítményeloszlásának bármely mintavételi lépésköze esetén használhatók.

A K_1 , K_2 és K_3 függvények használhatóságát 50 spektrális teljesítményeloszlás felhasználásával vizsgáltam. A három függvény által a tesztelő eloszlásokra adott értékek és extrém metamer mintákhoz számított legnagyobb színingerkülönbségek közötti korreláció 96 % felett van, míg véges halmazt alkotó valós metamer párok (10 pár) esetén számítható átlagos ill. legnagyobb színingerkülönbség közötti korreláció 85 % felett van.

5. A K_2 függvényt célfüggvényként felhasználva olyan szűrőkombinációkat határoztam meg, melyekkel a D50, D55 és D65 nappali sugárzáseloszlások szimulátorai készíthetők az ún. teli szűrőzés módszerével. A D50, D55 és D65 tervezett szimulátorai a látható színképtartományban a CIE 51 publikációban rögzített minősítési eljárás [4] szerint valamennyien A osztályúak.

8. Jelölések

1_n	Az az \mathbf{R}^n -beli vektor, melynek minden komponense 1.
a_i	Az $a \in \mathbf{R}^n$ vektor i -edik komponense.
a^m	Az $a \in \mathbf{R}^n$ vektor komponensenkénti hatványvektora.
$ a $	Ha $a \in \mathbf{R}^n$, akkor $ a $ az a vektor komponensenkénti abszolútérték vektora. Ha $a \in \mathbf{R}$, akkor $ a $ az a valós szám abszolútértéke.
$\ a\ $	Az a (absztrakt) vektor euklideszi normája.
$[a]_k$	Az $a \in \mathbf{R}$ szám k tizedes jegyre való kerekítése.
$a \cdot b$	Az $a \in \mathbf{R}^n$ és $b \in \mathbf{R}^n$ vektor komponensenkénti szorzata.
$[a, b]$	Zárt intervallum; $[a, b] \subset \mathbf{R}$.
$\langle a, b \rangle$	a és b (absztrakt) vektorok skaláris szorzata.
$A \times B$	A és B halmaz Descartes-szorzata.
CCC # n	A <i>Macbeth ColorCheckerTM Chart</i> n -edik színmintája.
$C(\Lambda)$	A $\Lambda \subset \mathbf{R}$ zárt intervallumon értelmezett, $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ típusú folytonos függvények halmaza.
f_v	Az f függvény (valamely értelemben) mintavételezett, \mathbf{R}^n -beli vektorként kezelhető változata.
K_1, K_2, K_3	Az értekezésben konstruált, a nappali sugárzéeloszlások szimulátorainak jóságát kifejező függvények; $K_1, K_2, K_3 \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$.
k_S	A színingermetrikai számításokban alkalmazott, az S spektrális teljesítményeloszláshoz tartozó normalizációs konstans.
L^*, a^*, b^*	CIELAB színingerkoordináták.

M_1, M_2	A nappali sugárzéeloszlások számításához szükséges karakterisztikus eloszlások együtthatói.
$M(S)(I)$	Az S spektrális teljesítményeloszlás valamilyen értelemben vett mintavételi értéke a I helyen.
$O(h)$	A közelítés nagyságrendje h .
\mathbf{R}	A valós számok halmaza.
\mathbf{R}^n	A valós számok feletti n -dimenziós euklideszi vektortér.
S_0, S_1, S_2	A nappali sugárzéeloszlások számításához szükséges karakterisztikus eloszlások.
T_{cp}	Korrelált színhőmérséklet.
TCS	A CIE által definiált tesztelő színminta (az angol Test Colour Sample kifejezés rövidítéseként).
u'_{10}, v'_{10}	CIE- $u'v'$ színességi koordináták 10° -os látószög esetén.
$u'_{10,S}, v'_{10,S}$	Valamely S spektrális teljesítményeloszlás CIE- $u'v'$ színességi koordinátái 10° -os látószög esetén.
$\bar{x}_w, \bar{y}_w, \bar{z}_w$	Az w látószöghöz tartozó (CIE) színíngermegfeleltető függvények.
X, Y, Z	Valamely színínger (CIE) színíngerösszetevői.
X_v, Y_v, Z_v	Valamely színínger \mathbf{R}^n -beli vektorként értelmezhető fizikai jellemzőiből számított (CIE) színíngerösszetevők.
$X_{S,r}, Y_{S,r}, Z_{S,r}$	Valamely, r spektrális visszaverési tényezővel jellemezhető színminta (CIE) színíngerösszetevői az S spektrális teljesítményeloszlású sugárforrás mellett.
x, y	Valamely színínger CIE- xy színességi koordinátái.
x_S, y_S	Valamely S spektrális teljesítményeloszlás CIE- xy színességi koordinátái.
ΔE_{ab}^*	CIELAB színíngerkülönbség.
$\Delta E_{ab,10}^*$	CIELAB színíngerkülönbség 10° -os látószög esetén.
$\overline{\Delta E_{ab,10}^*}$	Adott elemzésben szereplő több $\Delta E_{ab,10}^*$ színíngerkülönbség átlaga.

$\Delta E_{ab,10,\max}^*$	Adott elemzésben szereplő $\Delta E_{ab,10}^*$ színingerkülönbségek közül a legnagyobb.
$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_S$	Adott elemzésben szereplő több $\Delta E_{ab,10}^*$ színingerkülönbség átlaga az S (relatív) spektrális teljesítményeloszlású sugárforrás mellett.
$\left(\overline{\Delta E_{ab,10}^*}\right)_{CCC}$	Valamely, a <i>Macbeth ColorCheckerTM Chart</i> mintáival kapcsolatos elemzésben szereplő több $\Delta E_{ab,10}^*$ színingerkülönbség átlaga.
$\left(\Delta E_{ab,10,\max}^*\right)_{CCC}$	Valamely, a <i>Macbeth ColorCheckerTM Chart</i> mintáival kapcsolatos elemzésben szereplő $\Delta E_{ab,10}^*$ színingerkülönbségek közül a legnagyobb.
$\Delta_{u'_{10}v'_{10}}$	Két színesség euklideszi távolsága a CIE- $u'_{10}v'_{10}$ színességi diagramban.
ΔI	Hullámhossz-lépésköz; $\Delta I \in \mathbf{R}$.
h	Fényhasznosítási tényező.
Λ	Hullámhossztartomány, zárt intervallum; $\Lambda \subset \mathbf{R}$.
$\Lambda(\Delta I)$	A $\Lambda \subset \mathbf{R}$ intervallummal és a $\Delta I \in \mathbf{R}$ hullámhossz-lépésközzel definiált mintavételi alaphalmaz; $\Lambda(\Delta I) \subset \mathbf{R}$.
I	Hullámhosszérték; $I \in \mathbf{R}$.
r	Valamely színminta spektrális visszaverési tényezője; $r \in \Lambda \rightarrow [0,1]$.
$\int_{\Lambda} f$	Az f függvény integrálja a Λ intervallumon.
\approx	Közelítőleg egyenlő.

9. CD-melléklet

Az értekezéshez CD-melléklet tartozik. A CD-melléklet **"Eredmények"** nevű könyvtárában azok az Excel-fájlok találhatóak, melyek az értekezés alapjait jelentő adatsorokat, számításokat, kiértékeléseket és matematikai eljárásokat tartalmazzák. A fájlok segítségével az értekezés valamennyi új eredménye és lényegesebb állítása ellenőrizhető.

Az Excel-fájlok minden egyes munkalapja részletes magyarázatokat és pontos irodalmi hivatkozásokat tartalmaz az adott munkalap adatsoraival ill. eredményeivel kapcsolatban, így a következő felsorolás csak a fájlok tartalmával kapcsolatos tömör útbaigazításnak tekintendő.

Az egyes fájlnevek előtt az a jelzés szerepel, mellyel az értekezésben hivatkozom az adott fájl tartalmára.

[CD_1] "M1M2.xls"

Ezzel a munkafüzetrel bármely korrelált színhőmérséklethez (4 000 K - 25 000 K) tartozó nappali sugárzáseloszlás újraszámítható. A munkafüzet a problémakörnek az értekezésben tárgyalt valamennyi részletét és kiértékelését tartalmazza.

[CD_2] "Szimulátorok és metamerek.xls"

A D65 elméleti szimulátorai és olyan (reális) metamer mintapárok, melyekkel a CIE 51 publikációban rögzített, a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező eljárás hiányosságaira mutatok rá.

[CD_3] "21 metamer pár esete.xls"

Azon 21 metamer pár, melyekkel kimutattam, hogy a CIE 51 publikációban rögzített, a nappali sugárzáseloszlások szimulátorainak jóságát kifejező eljárás megbízhatósága a felhasznált metamer párok számának jelentős növelésével sem javítható.

[CD_4] "A D65 ötven szimulátora.xls"

A D65 nappali sugárzáseloszláshoz a gradiens módszerrel előállított relatív spektrális teljesítményeloszlások. A CIE 51 publikáció szerint mind az ötven relatív spektrális teljesítményeloszlás a D65 A osztályú szimulátora.

A fájl az ötven eloszlással kapcsolatos színingermetrikai számításokat, valamint az eloszlásoknak a $10 \cdot K_1$, $16 \cdot K_2$ és $24 \cdot K_3$ függvényekkel kifejezett jósági értékét is tartalmazza.

[CD_5] "Lépésközök K1K2K3-hoz.xls"

Ezzel a munkafüzetrel azt vizsgáltam, hogy mennyire térnek el egymástól a $10 \cdot K_1$, $16 \cdot K_2$ és $24 \cdot K_3$ jósági függvény értékei, ha a jósági függvényt adott teljesítményeloszlások különböző mintavételi lépésközre interpolált változataira alkalmazzuk.

[CD_6] "Extrém metamer.xls"

A munkafüzetrel extrém metamerek konstruálhatók a D65 szimulátoraihoz.

[CD_7] "10 valós metamer pár.xls"

A D65 szimulátorainak kiértékelésére a CIE 51 publikációban közreadott metamer párok spektrális visszaverési tényezői, és a *Macbeth ColorCheckerTM Chart* kiválasztott mintáinak valamint e mintákhoz a gradiens módszerrel előállított elméleti, a D65 mellett metamer párok spektrális visszaverési tényezői.

[CD_8] "D50D55D65_400-700.xls"

Ezzel az Excel-munkafüzetrel a SCHOTT cég 1997-ben kiadott katalógusa alapján olyan szűrőcsomagokat terveztem, melyek úgy módosítják a 3 000 K hőmérsékletű Planck-sugárzó relatív spektrális teljesítményeloszlását, hogy eredményként a D50, D55 ill. a D65 nappali sugárzéloszlások szimulátorai adódnak.

A szűrőcsomagok tervezésekor célfüggvényként az értekezésben bemutatott $16 \cdot K_2$ függvényt használtam. A tervezés a 400 nm - 700 nm színeképtartományra történt.

[CD_9] "CCT 400-700_5.xls"

Ezzel a fájjal bármely olyan relatív spektrális teljesítményeloszlás korrelált színhőmérsékletét meghatározhatjuk, melynek értelmezési tartománya a $\{400, 405, 410, \dots, \dots, 695, 700\}$ halmaz.

[CD_10] "D50D55D65_380-780.xls"

Ugyanaz, mint [CD_8], csak a tervezés a 380 nm - 780 nm színeképtartományra történt.

[CD_11] "CCT 380-780_5.xls"

Ezzel a fájjal bármely olyan relatív spektrális teljesítményeloszlás korrelált színhőmérsékletét meghatározhatjuk, melynek értelmezési tartománya a $\{380, 385, 390, \dots, \dots, 775, 780\}$ halmaz.

10. Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom édesanyámnak és édesapámnak, amiért doktoranduszi éveim alatt sohasem kérdeztek, hanem tiszta szívvel támogatták tanulmányaimat, utazásaimat és kutatói tevékenységemet.

Mindig is szerettem volna olyan mérnök lenni, amilyen édesapám volt annál a cégnél, amelynél nyugdíjazásáig dolgozott. Szeretném, ha büszke lenne a fiára.

Szeretnék köszönetet mondani Dr. Schanda Jánosnak, akiről már a diplomamunkámban úgy nyilatkoztam, mint aki *második apám*ként terelgetett tudományos pályafutásom során. Hálás vagyok neki minden egyetemi előadásért, minden konzultációért, minden letolásért és minden biztatásért, amiben a vele való együttműködés során részem volt. Nélküle valószínűleg messze sodródtam volna a *tudománytól*.

Ehelyütt szeretnék köszönetet mondani gimnáziumi tanulmányaim három meghatározó tanárának: Matisz Attilának, Takács Zsoltnak, Asbóth Józsefnek, valamint általános iskolai tanárnőmnek, Omai Ferencné Marika néninek, hiszen nélkülük biztos, hogy nem így sikerült volna megállni a helyemet az egyetemen.

Azt szokták mondani, hogy egy-egy tudományos felismerésben illetve felfedezésben sokszor legalább akkora szerepe van a véletlennek, mint az addigi erőfeszítéseknek. Nos, ezt az élményt már én is átéltem, és köszönetet kell mondanom Czimbuli Zsolt barátomnak, akinek egy *bizonyos* kérdése nélkül az egész 5. fejezet nem született volna meg.

Végül, de nem utolsó sorban a leghálásabb köszönetemet szeretném kifejezni a Veszprémi Egyetem Matematika Tanszékének olyan kiváló oktatói felé, mint Horváth László, Székely Sándor, Leitold Adrien, Tomor Benedek, Szalkay István, Gróf József, Mihálykó Csaba, Dominyák Imre, Győrvári János, Tarján Klára és Koltay László. Most már látom, hogy nélkülük valami nagyon szép és fontos dolog maradt volna ki az életemből.

11. Irodalomjegyzék

- [1] Judd, D. B. - G. Wyszecki - D. L. MacAdam: Spectral Distribution of Typical Daylight as a Function of Correlated Color Temperature. *Journal of Optical Society of America*, 1964, vol. 54, no. 8, 1031-1040. p.
- [2] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Illuminants. **CIE 10526-1991** (S001, 1986), 4. p.
- [3] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 10-15. p., 47-55. p.
- [4] Commission Internationale de l'Éclairage: A Method for Assessing the Quality of Daylight Simulators for Colorimetry. **CIE 51-1981**, 1-17. p.
- [5] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 47-52. p.
- [6] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Illuminants. **CIE 10526-1991** (S001, 1986), 15-19. p.
- [7] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Observers. **CIE 10527-1991** (S002, 1986), 20-39. p.
- [8] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 19. p., 23. p., 25. p.
- [9] Commission Internationale de l'Éclairage: A Method for Assessing the Quality of Daylight Simulators for Colorimetry. **CIE 51-1981**, 9-13. p.
- [10] Magyar Szabványügyi Hivatal: *Magyar Szabvány, Fénytechnikai terminológia, Színmérés*. MSZ 9620-3, 1990. okt. 845-03-11, 4. p.
- [11] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 22-24. p.
- [12] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Illuminants. **CIE 10526-1991** (S001, 1986), 3. p., 15-19. p.
- [13] Schneider, W. E. - R. Young: *Spectroradiometry Methods*. In: DeCusatis, C.: *Handbook of Applied Photometry*. New York, American Institute of Physics, 1997, Chapter 8.3, 254-265. p.
- [14] Zeldovics, Ja. B. - A. D. Miskisz: *Az alkalmazott matematika elemei*. Budapest, Gondolat, 1978, 6. fejezet, 201-219. p.
- [15] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 41. p.
- [16] Wyszecki, G. - W. S. Stiles: *Color Science*. New York, Wiley, 1982, Chapter 3.3.1, 131-132. p.
- [17] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Observers. **CIE 10527-1991** (S002, 1986), 20-29. p.

-
- [18] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 10-13. p.
- [19] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 50-52. p.
- [20] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 53-54. p.
- [21] Marczuk, G. I.: *A gépi matematika numerikus módszerei – parciális differenciál-egyenletek*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1976, 2.7. fejezet, 81-94. p.
- [22] Henrici, P.: *Numerikus analízis*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1985, 5. fejezet, 201-249. p.
- [23] Rutishauser, H.: *Lectures on Numerical Mathematics*. Boston, Birkhäuser, 1990, Chapter 6, 128-173. p.
- [24] Stoer, J. - R. Bulirsch: *Introduction to Numerical Analysis*. New York, Springer, 1993, Chapter 2, 37-123. p.
- [25] Commission Internationale de l'Éclairage: Method of measuring and specifying colour rendering properties of light sources. **CIE 13.2-1993**, 37-40. p.
- [26] Commission Internationale de l'Éclairage: A Method for Assessing the Quality of Daylight Simulators for Colorimetry. **CIE 51.2-1999**, 29-32. p.
- [27] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetric Observers. **CIE 10527-1991** (S002, 1986), 30-39. p.
- [28] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 27-33. p.
- [29] Macbeth ColorChecker™ Color Rendition Chart. The ColorChecker chart is produced in the Munsell® Color Lab at GretagMacbeth. New Windsor, NY, USA.
- [30] Box, M. J. - D. Davies - W. H. Swann: *Non-linear Optimization Techniques*. Published for Imperial Chemical Industries Limited by Oliver & Boyd, 1969, 32-40. p.
- [31] Kérchy L.: *Bevezetés a véges dimenziós vektorterek elméletébe*. Polygon jegyzettár. Szeged, Polygon, 1997, 170-171. p.
- [32] Schanda J.: *Colorimetry*. In: DeCusatis, C: *Handbook of Applied Photometry*. New York, American Institute of Physics, 1997, Chapter 10.4.2, 348-350. p.
- [33] Schanda J.: *Colorimetry*. In: DeCusatis, C: *Handbook of Applied Photometry*. New York, American Institute of Physics, 1997, Chapter 10.6.1, 386-391. p.
- [34] McCamy, C. S.: Simulation of Daylight for Viewing and Measuring Color. *Color Research and Application*, Dec 1994, vol. 19, no. 6, 437-445. p.
- [35] McCamy, C. S.: Metamers for Assessing the Quality of CIE D50 Simulators. *Color Research and Application*. Jun 1996, vol. 21, no. 3, 236-238. p.
- [36] Commission Internationale de l'Éclairage: CIE Collection 1999, 135/3 CIE TC 1-45 report: Supplement 1-1999 to CIE 51 – 1981, Virtual Metamers for Assessing the Quality of Simulators of CIE Illuminant D50, **CIE 135** – 1999, 23-26. p.

-
- [37] McCamy, C. S.: New Metamers for Assessing the Visible Spectra of Daylight Simulators and a Method of Evaluating them. *Color Research and Application*, Oct 1999, vol. 24, no. 5, 322-330. p.
- [38] Powell, I.: D65 Simulation with a Xenon Arc. *Applied Optics*, 1 Dec 1996, vol. 35, no. 34, 6708-6713. p.
- [39] Corrons, A. - A. Pons: Daylight Simulator. *Applied Optics*, 15 Jul 1987, vol. 26, no. 14, 2867-2870. p.
- [40] Liu, Y. - R. S. Berns - Y. Shu: Optimization Algorithm for Designing Colored Glass Filters to Simulate CIE Illuminant D65. *Color Research and Application*, Apr 1991, vol. 16, no. 2, 89-96. p.
- [41] Powell, I.: Quartz-halogen D65 Simulation, *Applied Optics*, 1 Dec 1995, vol. 34, no. 34, 7925-7934. p.
- [42] Schott: Optische Filter – Glasfilter, Daten, Stand 1997. Schott Glaswerke. Mainz, Deutschland. <http://www.schott.de>.
- [43] Commission Internationale de l'Éclairage: Colorimetry. 2nd edition, **CIE 15.2-1986**, 47-49. p.
- [44] Kránícz B. - Schanda J.: Reevaluation of Daylight Spectral Distributions. *Color Research and Application*, Aug 2000, vol. 25, no. 4, 250-259. p.
- [45] Kránícz B.: Assessing the Quality of Daylight Simulators. *Color Research and Application*. (Accepted paper.)