



BÍRÁLAT

Gyarmati László

„Az általánosított Thurstone módszer és alkalmazhatóságának vizsgálata, valamint az általa kínált előrejelzések pontosságának növelése”

c. doktori értekezéséhez

Opponens: Dr. Rácz Anett,
egyetemi docens
Debreceni Egyetem, Informatikai Kar,
Alkalmazott Matematika és Valószínűségszámítás Tanszék

A disszertáció a sztochasztikus páros összehasonlítási modellek — elsősorban a Thurstone motivált modellek és a Bradley-Terry modell — elméleti megalapozásával, kiértékelhetőségi feltételeivel és alkalmazási lehetőségeivel foglalkozik. A jelölt a maximum likelihood becslés létezésének és egyértelműségének szükséges és elégséges feltételeit vizsgálja 2- és 3-opciós modellek esetén, megoldva egy több mint 70 éve nyitott kérdést; emellett az optimális opciószám megválasztását, a konzisztencia fogalmának sztochasztikus keretbe helyezését, valamint a modellek széleskörű alkalmazhatóságát demonstrálja sporteredmények elemzésétől kezdve a többkritériumos döntéstámogatásig.

Publikációs tevékenységek

A jelölt publikációs tevékenysége szerteágazó és tudományos szempontból értékes. A disszertáció eredményei több folyóiratcikkben és konferencia-közleményben jelentek meg.

A disszertáció legjelentősebb elméleti eredménye — a 3-opciós modellek kiértékelhetőségének szükséges és elégséges feltételrendszere — az *European Journal of Operational Research* folyóiratban jelent meg (elfogadva, 2025), amely a területen elérhető egyik legelőkelőbb fórum. Ez egyértelműen jelzi az eredmény nemzetközi súlyát és a jelölt azon törekvését, hogy legfontosabb eredményét a legrangosabb helyen publikálja.



Külön kiemelendő a jelölt nemzetközi tudományos együttműködése: svájci kollégákkal (École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratory of Integrated Performance in Design) közös kutatást végzett fényforrások pszichofizikai értékelésére vonatkozóan, amelynek eredménye egy készülő folyóiratcikk. Ez megmutatja, hogy a disszertáció módszertana nemcsak elméleti konstrukció, hanem valós, nemzetközi kutatási igényeket is kiszolgál.

A dolgozat szerkezete és formai megjegyzések

A disszertáció szerkezete logikus és jól áttekinthető: az elméleti alapozástól (2. fejezet) az informatikai megvalósításon (3. fejezet) és az elméleti eredményeken (4-5. fejezet) át az alkalmazásokig (6. fejezet) következetes felépítést követ. A jelölés- és szimbólumrendszer következetes és jól definiált — a modellek $\{típus\}_{opciószám}_{előnykezelés}$ jelölése különösen praktikus.

A 2.1-es fejezetben a modellváltozatok áttekintő táblázata (1-4. táblázat) jól szemlélteti a különbségeket.

A 3 fejezet végén szereplő UML diagram jó áttekintést biztosít a kód átláthatóságára valamint a fejlesztett program működési strukturájának megértésére .

A 4 fejezet végén szereplő áttekintő táblázat összefoglalja az eredményeket, publikációkat.

A fejezetek részletes véleményezése

A **2. fejezet** a Thurstone motivált modellek és a Bradley-Terry modellek bemutatását adja. A likelihood-függvény felépítése, az előnykezelés három típusa (N, K, E), a döntési intervallumok és a mátrix-jelölésrendszer precízen és következetesen kerül bevezetésre.

A Davidson modell esetén a jelölt — saját közleménye alapján — bizonyítja, hogy az nem Thurstone motivált (1. Tétel)

3. fejezet. Az elvégzett informatikai munka, egy hat modulból álló C# szimulációs keretrendszer, saját Nelder-Mead implementáció, fixpontos iterációs megoldás 50-szeres gyorsulással BT modellekre, GPU párhuzamosítás. A matematikai eredményekhez hasonlóan figyelemre méltó teljesítmény. A fejezet végén szereplő folyamatábra (2. ábra) szemléletesen bemutatja a hat modul kapcsolatát és adatfolyamát, a GPU-alkalmazásról szóló önálló bekezdés pedig konkrét, számszerű adatokkal (átlagosan 50-szeres sebességnövekedés, alkalmazási küszöb 10^6 feletti kiértékelésszám esetén) egészíti ki a korábban csak érintőlegesen tárgyalt részt.



Informatikus bírálóként ezt a fejezetet érzem a leginkább magaménak, és úgy vélem, hogy a jelölt informatikai munkája rejtett értéket képvisel, amelyet ez a fejezet megfelelően kiemel.

A **4. fejezet** a disszertáció elméleti magjának első pillére, három fő eredménnyel:

Ford-tétel általánosítása (4.2). Ford 1957-es alapcikke a páros összehasonlítási modellek egyik legtöbbet hivatkozott eredménye. Bizonyítása a logisztikus eloszlás speciális tulajdonságaira támaszkodott, így 66 éven át kizárólag erre az egy eloszlásra maradt érvényes. Gyarmati megmutatta, hogy a feltétel eloszlásfüggetlen — az erősen összefüggő gráf feltétele az egész $F \in \mathbb{F}$ osztályra, köztük a normális (Thurstone) eloszlásra is garantálja a maximum létezését és egyértelműségét. Ez elegáns és jelentős általánosítás.

3-opciós elégséges feltételrendszer (4.3): Az új feltételrendszer az "egyforma" döntések kétirányú élként kezeli és tetszőleges méretű "jobb" körök létezését követeli meg — általánosítva mind a Davidson, mind a Mihálykó-Orbán feltételrendszert, és lazább feltételekkel több adathalmazt fogad el kiértékelhetőként.

Szükséges és elégséges feltételrendszer 3-opciós esetben (4.4): Ez a disszertáció legjelentősebb elméleti hozzájárulása — egy több mint 70 éve nyitott kérdés megoldása. A három feltétel közül a harmadik (a "jobb" élek száma meghaladja az "egyforma" élek számát az irányított körben) az igazi újdonság.

Optimális opciószám választása (4.5): Szimulációs vizsgálattal megmutatja, hogy a nagyobb opciószámú modell csak elegendő adat esetén teljesít jobban: 2 vs 4-opciós esetben a határ $2n+5$, 3 vs 5-opciós esetben $2n+4$ összehasonlítás. Könnyen alkalmazható gyakorlati útmutató.

Az **5. fejezet** hiánypótló módon definiálja a konzisztencia fogalmát a 2-opciós Bradley-Terry modellben.

A CI mérőszám bevezetése értékes és különálló, új kutatási területnek nyit utat.

A **6. fejezet** a disszertáció egyik legerősebb része — öt különböző területen, valós adatokon demonstrálja a módszer sokoldalúságát.

6.1 — Csapatok rangsorolása: A fejezet célja a rangsoralkotó módszerek összehasonlítása volt, nem előrejelzés. A TH_3_N és AL modellek Spearman-korrelációja 0.763-0.884, ami meggyőző egyezést mutat.



A 7. táblázatból leolvasható, hogy az AL és RN rangsorai szinte teljesen egyeznek, míg a TH_3_N néhány helyen eltér, továbbá a jelölt tárgyalja, mely helyezéseken (5-6., 12-13., illetve 14-15. hely) és mely módszerpárok között adódik eltérő sorrend.

6.2 — Fényforrások értékelése: BT_7_N modellel 11 fényforrás rangsorolása 34 résztvevő 2958 összehasonlítása alapján. A konzisztencia-vizsgálat és a robusztusság demonstrációja különösen értékes.

6.3 — Atléták besorolása szakágakba: Különösen értékes és innovatív alkalmazási terület — Thurstone modellel becsült felmérés-súlyok és min-max normalizált teljesítmény-aggregálás kombinációja. A 89%-os egyezés az edzői ajánlásokkal meggyőző validáció. Véleményem szerint a módszer legnagyobb értéke nem az edzői döntés helyettesítésében rejlik, hanem abban, hogy objektív, mérhető adatokon alapuló sportolói profilt készít, amely kiegészítheti és alátámaszthatja az edzői tapasztalatot.

6.4 — Sportesemények előrejelzése: A DELO EHF Női Bajnokok Ligája 2020/21-es szezonján keresztül a modell COVID-torzított adatok kezelési képességét demonstrálja. A Final4-be jutást 8-ból 7 esetben helyesen jelzi előre, felülmúlva a szakértőket. Ez az alkalmazás jól szemlélteti, hogy a sztochasztikus páros összehasonlítási modellek nemcsak rangsorolásra, hanem valószínűségi előrejelzésre is kiválóan alkalmasak — és ez a képesség messze nem korlátozódik a sportra.

6.5 — Előrejelzési pontosság: Kvantitatív, standardizált mérőszámokon alapuló modell-összehasonlítás történik (LogLoss, RPS, BS, ACC). A BT_5_K_V modell minden mérőszámon felülmúlja a többi változatot és versenyképes a Poisson-benchmark modellel. Figyelemre méltó kapcsolat mutatkozik a 4.5-ös fejezettel: az előny nélküli BT_5_N modell még a benchmark Poisson-t is alulmúlja, megerősítve, hogy az opciószám önmagában nem elegendő — a kontextus modellezése legalább annyira meghatározó. Az ACC mérőszám rangsor-eredménye szignifikánsan eltér a többi mérőszámétól, amit érdemes lenne expliciten tárgyalni.

Összefoglalva

Gyarmati László disszertációja matematikailag igényes, módszertanilag következetes és alkalmazási szempontból gazdag munka. A jelölt mind elméleti, mind alkalmazott téren maradandó eredményeket ér el: megoldja a 3-opciós modellek kiértékelhetőségének több mint 70 éve nyitott kérdését, általánosítja a Ford-tételt, bevezeti a konzisztencia fogalmát a sztochasztikus keretbe, és megmutatja, hogy a módszer sporteredményektől a pszichofizikai méréseken át az atlétikai döntéstámogatásig széleskörűen alkalmazható. Az eredmények publikációs helye —



különösen az EJOR-ban megjelent főeredmény — a jelölt tudatosságát és tudományos igényességét tükrözi. A disszertáció megfelel a doktori értekezésekkel szemben támasztott követelményeknek, és a jelöltet a nyilvános vita lefolytatására alkalmasnak tartom.

Kérdések a jelölthöz:

1. kérdés (3. fejezet):

A Nelder-Mead optimalizálót választotta általános esetben, hivatkozva annak derivált-mentes jellegére. Felmerül a kérdés, hogy véges differencia alapú gradiens közelítés és kvázi-Newton módszer kombinációja nem eredményezett volna-e hatékonyabb megoldást — különösen a 100-as nagyságrendű változószám esetén.

2. kérdés (3. fejezet) — Futási idők: Vizsgálta-e, hogy a kód futási ideje hogyan függ a modell paramétereitől (opciószám, objektumok száma, összehasonlítások száma stb.)? Van-e elméleti korlátja annak, hogy mekkora adathalmazon hatékony még a megoldás?

3. kérdés (6.1 fejezet) — A nemzetközi mérkőzések súlyozása:

A nemzetközi mérkőzések 4-szeres súlyának választása szakirodalmi hivatkozásra alapozva történt. Ugyanakkor megfigyelhető, hogy az RN és TH_3_N modellek korrelációja éppen csökken a súly növelésekor (0.716-ról 0.641-re). Mi lehet ennek magyarázata — a súlyozás maga okozza ezt a divergenciát, vagy az RN modell más módon kezeli a nemzetközi mérkőzések információtartalmát? Tervezi-e az optimális súlyérték adatvezérelt meghatározását?

A dolgozat elfogadását és a nyilvános vita lefolytatását támogatom.

Dr. Rácz Anett

Debrecen, 2026. augusztus 26.